

第11章 フローティングタイプ頭首工の浸透路長、浸透量の計算

関連条項[基準 10、運用 10-7、20～23]

浸透性地盤上に堰を設ける場合は、地盤内を浸透する流水の作用による基礎地盤の破壊防止を考
える必要がある。ここでは、その抑制に対して有効な浸透路長の確保や浸出勾配による検討方法を
解説する。

11.1 パイピング

浸透性地盤上で堰により水位を堰上げると、上下流の水位差 (ΔH) の水頭によって地盤内を浸透
する流水が地盤を構成する土粒子の最小粒径のものを移動させようとする。この作用が進行すると地
盤内に水孔を作り、やがて空洞ができて基礎の破壊に至る。このような作用をパイピングという。

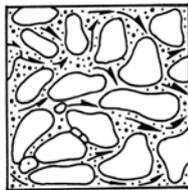


図-11.1-1 広い範囲にわたって
砂粒子が洗い出され
ていく状態*1

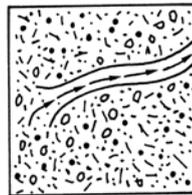


図-11.1-2 パイプ状の空洞が
生じ、水みちが発
達していく状態*1

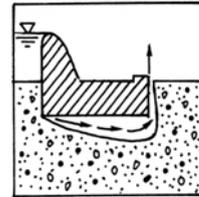


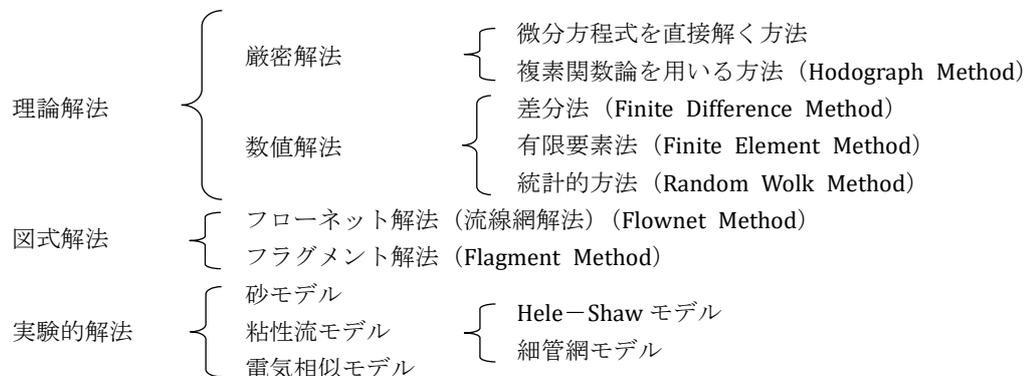
図-11.1-3 継目侵食*1
(roofing)

図-11.1-1 は基礎地盤が広範囲に洗い出されていく状態、図-11.1-2 は基礎地盤中にいわゆるパ
イプ状の空洞が生じつつある状態の模式図である。

取水堰にとって直接的に危険を与えるのは図-11.1-3 のとおり、取水堰の基底とその下の地盤と
の間に、洗い出しによる連続した空洞ができることである。これを継目侵食又はルーフィング
(roofing) という。

[参 考] 透水現象の解析の種類

透水現象を解析する方法を列挙すると、次のように分類される。



*1 Heinnrich Sommer: Erosionsuntersuchungen bei Brüchen an unterströmten Rheindeichee, Wasserwirtschaft, 70 Jahrgang, Heft 3 (1980)

パイピングの検討手法としては、後述するように従来から使用しているブライ・レーンの式等の経験式を用いる手法、テルツァギー式を用いる手法、有限要素浸透解析法や弾塑性有限要素法などの理論式をもとにした解析による手法がある。

現時点ではブライ・レーン式の経験式によるパイピングの検討が行われているが、頭首工の設計では、実河川における浸透現象の詳細を把握した上で設計する必要があるため、有限要素法における浸透解析や弾塑性有限要素法における浸透破壊解析の検討も行うことが望ましい。ただし、これらの解析手法は、経験式よりも正確に浸透現象を捉えるという知見がある反面、照査方法が定められておらず、長期的なパイピング現象の把握が難しいので、ブライ・レーン式の検証手法として用いることが望ましい。

なお、解析に使用するソフトは必ずベンチマークによる検証を行う必要がある。

ここで紹介した弾塑性有限要素法は解析手法の新たな知見であり、実施工における実績がないので [参考] として後述するが、この手法により、浸透破壊に至る限界水頭差だけでなく、浸透破壊に至るまでの地盤の変形や応力分布、ひずみ分布が得られるので複雑な地盤の検討指標となる。

11.1.1 浸透路長によるパイピングの検討

パイピングの防止のためには、堰基礎面や取り付け擁壁の背面に沿う浸透路の長さ（クリープの長さ、creep length）を確保することが必要になる。

確保すべき浸透路長は、次の二つの方法で求めた値のうち大きい値をとることにより求めることができる。

なお、基礎地盤や上下流水位などの現場の条件と、ブライ・レーン式の計算条件（計算に用いるブライの C 、レーンの重みつきクリープ比 C' 等の値）が整合していることが重要である。

(1) ブライ (Bligh) の方法

$$S \geq C \cdot \Delta H \dots\dots\dots (11.1-1)$$

ここに、 S : 堰の基礎面に沿って測った浸透路長（実際の経路とは異なる）(m)

C : 基礎地盤の種類によって異なる係数（表-11.1 参照）

ΔH : 上下流最大水位差 (m)

(2) レーン (Lane) の方法

レーンは鉛直浸透路長を 1 とした場合、水平浸透路長の効果は鉛直浸透路長の 1/3 と定め、その和を上下流水位差で割ったものを重みつきクリープ比 (weighted creep ratio) として、表-11.1 のとおり定めた。

$$L \geq C' \cdot \Delta H \dots\dots\dots (11.1-2)$$

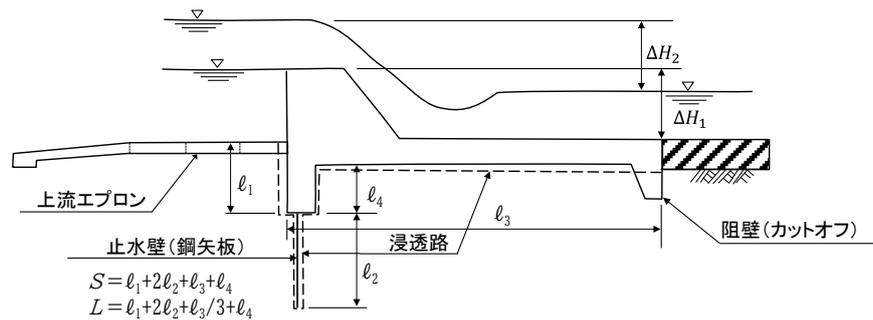
ここに、 L : 重みつき浸透路の長さ (m) で、 $L = \sum l_v + 1/3 \sum l_h$

l_v : 鉛直方向（傾斜角 45° 以上）の浸透路長

l_h : 水平方向（傾斜角 45° 以下）の浸透路長

C' : 基礎地盤の種類によって異なる係数（表-11.1 参照）

ΔH : 上下流の最大水位差 (m)



(注1) 下流側エプロンの下流端に設ける阻壁は下流側河床の洗掘から堰体を防御する目的で設置するものであるため、浸透路長計算にその延長は含めない。

(注2) ΔH : 上下流最大水位差は、 ΔH_1 と ΔH_2 とのうち大きい方を探る。

ΔH_1 : 渇水時における上下流の水位差 (m)

ΔH_2 : 洪水時における上下流の水位差 (m)

なお、 ΔH_1 と ΔH_2 は、エプロン下流端での水位差を示す。

図-11.1-4 浸透路長

表-11.1 ブライのCとレーンの重みつきクリープ比C'

基礎地盤	ブライのC	レーンの重みつきクリープ比C'
微細砂又は沈泥	18	8.5
細砂	15	7.0
中砂	—	6.0
粗砂	12	5.0
微粒礫	—	4.0
中粒礫	—	3.5
礫及び砂の混合	9	—
玉石を含んだ粗粒礫	—	3.0
玉石と礫を含んだ転石	—	2.5
転石、礫と砂	4~6	—
軟粘土	—	3.0
中粘土	—	2.0
重粘土	—	1.8
硬粘土	—	1.6

上記ブライ・レーンの式から得られた必要浸透路長を確保するため、普通堰体及び下流側エプロンによる水平方向の浸透路長に加えて止水壁を設ける。垂直浸透路は浸透の抑制に有効なばかりでなく、揚圧力の減殺にも有効であるので、堰体の上流端から基礎地盤中に垂直に止水壁を設けるのがよい。(図11.1-4参照)

堰体の上流端に設ける止水壁の長さは、少なくとも基礎地盤が微粒礫より粗い場合には、堰上げ水深と同じ程度以上、粗砂より細かい場合には、堰上げ水深の1.5倍程度以上確保することが望ましく、玉石等を含んでいて鋼矢板の施工が困難な場合も掘削施工によるカットオフにより、この止水壁の最小施工長を確保するようにする。

また、透水性地盤が単一でない場合には、最も必要浸透路長が長くなる(ブライのCとレーンの重みつきクリープ比C'が大きくなる)層を基準に止水壁(鋼矢板)の長さを検討しておくことも重要である。

止水壁の施工の困難性等により、全体の浸透路長が不足するときは、下流エプロンの延長、2 列以上の止水壁の設置、上流エプロンも浸透路長へ加算する等により確保する。止水壁を 2 列に入れるときは、二つの止水壁の長さの合計よりその間隔を大きくすることが必要で、もしそれよりも間隔が狭いときは、垂直浸透路の長さを止水壁の長さの 2 倍にして計算してはならない。

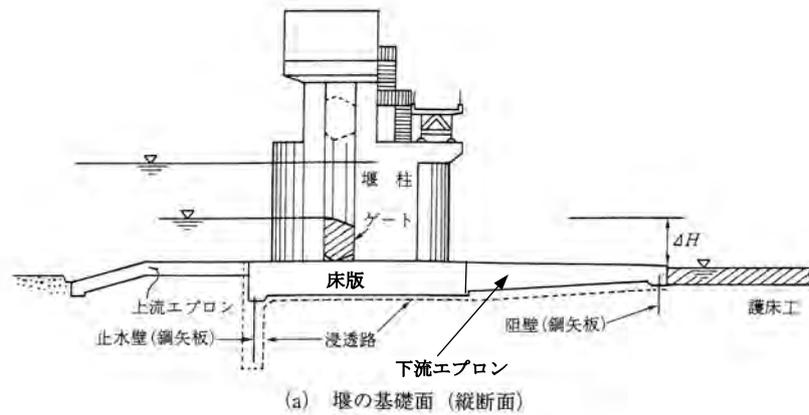
下流側エプロンの下流端に設ける阻壁は下流側河床の洗掘から堰体を防御するためのものである。揚圧力軽減のため阻壁にウィーブホールを設けることがあるが、かえってパイピングを起こさせることになりかねないため、設置する場合は目詰まりや土砂の吸い出しによる空洞化等の対策を十分検討する必要がある。

また、上流側エプロンも通常浸透路に見込まない。止水壁の鋼矢板の打込みが困難な場合等で、上流側エプロンを浸透路に見込む必要があるときは、施工継目の止水性を確保するため、止水板を入れるほかダウエルバー方式あるいはキー方式の継手を設け、不等沈下に対応できる構造とする。

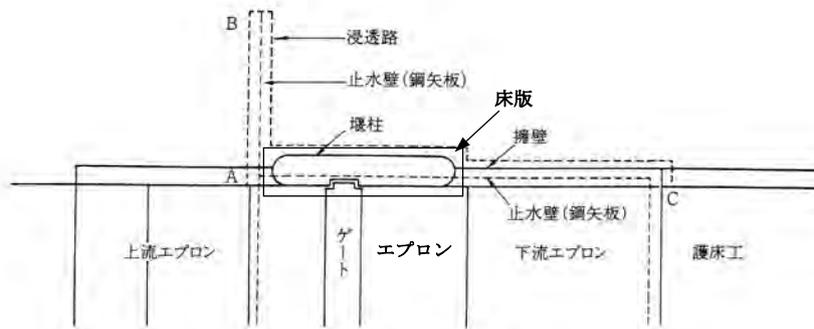
下流側エプロンの施工継目には当然止水板及び継手が必要である。上下流の水位差 ΔH は、一般にゲート天端高とエプロン下流端の高さの差とするが、河床低下が予測される河川にあっては若干余裕を考慮することが望ましい。

堰体を取り付く左右岸の河岸や堤防も一般的に透水性地盤であり、堰上げ水の浸透に対して、取り付け擁壁と堰軸線の延長線上に設ける止水壁又は上流側擁壁の下部に設ける止水壁により必要な浸透路長を確保する。

この場合は三次元的に浸透路を検討する必要がある。堰軸線方向に止水壁を設けるときは、図-11.1-5 における A~B~C の浸透路で確保する。このときの止水壁の下端は床版・エプロンの下に設けた止水壁と同じ深さとし、上端はゲート天端高と同一とする。この場合、取入口側ではこの止水壁の一部を取入れ樋管を利用して設けてもよい。必要な浸透路長の範囲内の下流側擁壁には浸透線以下にウィーブホールを設けない方がよい。また、上流側擁壁を止水壁として利用するときは、同様に浸透路長に見込んでいる範囲内には堰上げ水位以下にはウィーブホールを設けない方がよい。



(a) 堰の基礎面 (縦断面)



(b) 堰の横方向 (平面図)

図-11.1-5 浸透路長

11. 1.2 浸出勾配によるパイピングの検討^{*2*3}

一般に、浸透流が下流側河床へ現れるときの浸出勾配 (exit gradient、動水勾配) について検討することがパイピング作用の防止につながる。

図-11.1-6において、砂を詰めた容器 (通水断面積 A 、砂の深さ L) の連通管から注水し、砂中を通水させて、容器と連通管の水位差 h とする (その他の記号は図-11.1-6 参照)。

砂底面に対する水流の上向きの力 F は、

$$F = (h + D + L)\gamma_w A \dots\dots\dots (11.1-3)$$

ここに、 γ_w = 水の単位体積重量

容器内の砂と水の合計重量 W は、

^{*2} D. W. Taylor: Fundamentals of Soil Mechanics, John Wiley & Sons (1948)
^{*3} 菊岡武男:アースダムの安定計算参考資料、第1回農業土木技術研修テキスト (1953)

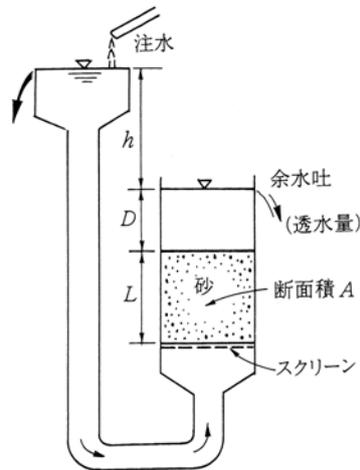


図-11.1-6 浸透水流におけるクイックサンド発生実験装置

$$W = \frac{S+e}{1+e} \gamma_w L A + \gamma_w D A \dots\dots\dots (11.1-4)$$

ここに、 S = 砂の真比重、 e = 砂の間隙比

容器内面と砂の摩擦を無視し、式 (11.1-3) の F が、式 (11.1-4) の W より大になると、容器内の砂は洗い出され、いわゆるボイリング (boiling) 発生の限界のときで、式 (11.1-3) と式 (11.1-4) を等値とすると、

$$(h + D + L) \gamma_w A = \frac{S+e}{1+e} \gamma_w L A + \gamma_w D A \dots\dots\dots (11.1-5)$$

上式から

$$\frac{h}{L} = \frac{S+e}{1+e} - 1 = \frac{S-1}{1+e} \dots\dots\dots (11.1-6)$$

また、 φ を砂の間隙率とすると

$$\varphi = \frac{e}{1+e} \times 100 \quad (\%) \dots\dots\dots (11.1-7)$$

式 (11.1-7) から

$$1 - \frac{\varphi}{100} = \frac{1}{1+e} \dots\dots\dots (11.1-8)$$

式 (11.1-6) 及び式 (11.1-8) から

$$\frac{h}{L} = \left(1 - \frac{\varphi}{100}\right) (S - 1) \dots\dots\dots (11.1-9)$$

上式から、上向き動水勾配 h/L が $\left(1 - \frac{\varphi}{100}\right) (S - 1)$ に等しくなるとき、ボイリング現象を起こし始めることがわかる。そのときの勾配を限界勾配と称し、一般の砂地盤基礎における φ 及び S の値から、限界勾配はおよそ 1 とみなしてよいであろう。

式 (11.1-5) の誘導過程では、容器内の全重量と、その全重量を押し上げようとする力について考察したが、容器内の砂粒子のみを考えると、次のようになる。

水中の砂の有効重量 W_1 は、

$$W_1 = \frac{S-1}{1+e} \gamma_w LA \dots\dots\dots (11.1-10)$$

図-11.1-6 の水頭 h は長さ L の砂体を通して砂を押し上げようとする間に消費される。すなわち、次式で示される上向きの力 F_1 が粘性摩擦となって消費されていることになる。

$$F_1 = h\gamma_w A \dots\dots\dots (11.1-11)$$

ゆえに、ボーリングが起こり始める限界のときは、下向きの力 W_1 と上向きの力 F_1 が等しいときであるから、式 (11.1-10) と式 (11.1-11) を等置して、

$$h\gamma_w A = \frac{S-1}{1+e} \gamma_w LA$$

上式から、

$$\frac{h}{L} = \frac{S-1}{1+e} \dots\dots\dots (11.1-12)$$

上式は式 (11.1-6) と同じ式形である。

上向きの力 F_1 は、等流では砂体容積 ($A \cdot L$) を通して分布するから、砂体の単位容積当たりの上向きの力は次式のとおりとなる。

$$\frac{h\gamma_w A}{LA} = \frac{h}{L} \gamma_w = i\gamma_w \dots\dots\dots (11.1-13)$$

ここに、 i = 動水勾配

すなわち、「等質な砂体内の流水圧力は、流れの方向に作用し、その大きさは単位容積当たりである」と表現することができる。

パイピングに対する検討は一般に次式によって検討される。

$$i\gamma_w \leq i_e \gamma_w = \gamma_s = \frac{S-1}{1+e} \gamma_w \dots\dots\dots (11.1-14)$$

i_e : 限界動水勾配

γ_s : 土の単位体積重量

透水現象を解析して限界動水勾配 (i_e) によりパイピングに対する安全性を検討する方法として、有限要素法 (FEM) による浸透解析、図式解決 (流線網) 等がある。いずれの場合も動水勾配が限界動水勾配以下であればパイピングに対して安全であると判断できる。砂地盤基礎の場合は、 i_e は ϕ 及び S の値からおよそ 1 とみなしてよいが、現実には、 $i = 0.5 \sim 0.8$ でパイピングが生じることがあるので、安全率を考慮する必要がある。安全率の大きさは論者により異なるが、3~5 の範囲で判断する。

有限要素法 (FEM) による浸透解析では、対象となる断面を有限要素 (三角形や四角形のメッシュ) で分割モデル化し、数学的に近似解を解く方法が用いられる。

その際には、材料定数として地盤の透水係数が必要となるため、現場透水試験や室内透水試験において得られた透水係数を考慮して入力値とする。このとき用いる透水係数は材料数を指定することで、現場での地盤構造を反映した複雑な分布も可能である。

また、有限要素浸透流解析に用いる有限要素メッシュの例を図-11.1-7 に示す。ここでは 4 節点アイソパラメトリック要素を例とした。1 要素の大きさは、要素の 1 辺が上流エプロン、堤体、下流エプロンを合わせた長さの 1/50~1/20 程度の大きさを目安として用いるとよい。また領域は、堰堤体基礎のパイピングが下流端付近に集中することから、上下流とも堤体幅程度の余裕幅を見込むとよい。また、浸透解析では堰堤体は空間的に固定されているとみなし、要素に入れる必要はない。境界条件は、初期水頭を与えるが定常状態ではポテンシャル分布は任意の初期水頭で同じ分布形状を示すため、与える初期水頭は任意の水頭でよい。また、十分な余裕幅を見込んでおけば、水頭境界は余裕幅領域の要素上部のみでよい。

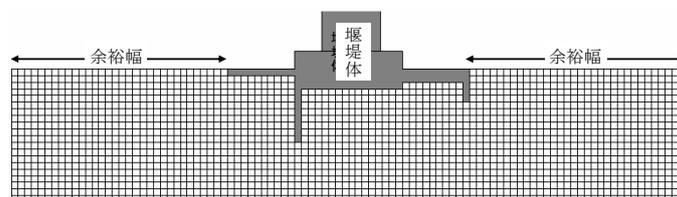


図-11.1-7 有限要素メッシュ例

なお、この方法の利点としては、①非均質や異方性の取り扱いが簡単、②任意の境界条件に適用するように要素の形状と大きさを変えることが容易、③三次元浸透問題にも適用可能であることが挙げられる。

パイピングに対する安全性を評価するには、有限要素法による浸透解析で求めた各要素の動水勾配の値と限界動水勾配から判断する。

また、限界流速により検討することもあり、この場合は有限要素法で求めた各要素の流速が、次式により求めた限界流速以下であればよい。

$$v = \sqrt{\frac{\gamma_s \cdot g}{A \cdot \gamma_w}} = \sqrt{\frac{2}{3}(S-1)d \cdot g} \dots\dots\dots (11.1-15)$$

- v : 限界流速
- g : 重力加速度
- γ_s : 土粒子の水中重量
- A : 土粒子の浸透流を受ける断面積
- γ_w : 水の単位体積重量
- S : 土粒子の真比重
- d : 粒径

ここに示した v は、土中の間隙を流れる水の実際の流速であり、数値解で得られるダルシー (Darcy) の平均流速との間には、次のような関係がある。

$$v_0 = \left\{ 1 - \left(1 - \frac{e}{1+e} \right)^{2/3} \right\} v$$

ここに、 v_0 : ダルシーの平均流速
 e : 間隙比

なお、上記の限界流速式は、土粒子の周りの小さな渦、計算粒径からはずれた微粒子の不安定性などが無視されており、過大に評価される傾向にあるとされている。

11.1.3 テルツァギー (Terzaghi) の方法による検討

テルツァギーの方法は浸透破壊に至る限界水頭差を求める解析方法である。Terzaghi は矢板背面地盤において、根入れ深さ (D) と根入れ深さの半分 ($D/2$) の幅を持つ土塊に働く力の釣り合いを用いて、パイピングの安全性を評価した。この手法を堰基礎地盤に応用するには、図-11.1-8 のように下流端の根入れを D として矢板背面地盤と同様に根入れ深さの半分 ($D/2$) の幅を持つ土塊を想定する。この土塊の水中有効重量が土塊底面に作用する揚力と等しくなった水頭差を、パイピングの生じる浸透破壊水頭差とする。

土塊に働く水中有効重量 W は以下の式となる。

$$W = \frac{1}{2} D^2 B \frac{S-1}{1+e} \gamma_w \dots\dots\dots (11.1-16)$$

ここで、 γ_w は水の単位体積重量、 S は土粒子の真比重、 e は間隙比、 B は奥行き方向の堰幅である。

土塊底面に作用する平均過剰間隙水圧の計算のためには、有限要素法による浸透解析を用いてフローネットを作成する必要がある。解析によって得られたフローネットより土塊底部に作用する過剰間隙水圧は、一様ではなく堰から離れるにつれて図-11.1-8 中に示されるような曲線で表される。この土塊の底面に作用する平均過剰水圧 (h_a) の計算は、土塊底部 ($D/2$) の範囲に存在する要素に作用する過剰間隙水圧の算術平均で十分である。

$$h_a = \left(\frac{h_1 + h_2 + \dots + h_N}{hN} \right) h \dots\dots\dots (11.1-17)$$

$$= C_0 h$$

ここで、 h_1, h_2, \dots, h_N は土塊底面に存在する N 個の各要素の過剰間隙水圧 (水頭)、 C_0 は水頭に対する過剰間隙水圧の低減率である。以上より、土塊底面に作用する揚力 U は

$$U = \frac{1}{2} DB \gamma_w C_0 h \dots\dots\dots (11.1-18)$$

よって、破壊水頭差 h_c は、式 (11.1-16)、式 (11.1-18) より

$$h_c = \left(D \frac{S-1}{1+e} \right) / C_0 \dots\dots\dots (11.1-19)$$

有限要素浸透解析の結果を用いた Terzaghi の方法では、水頭差が式 (11.1-19) で得られた破壊水頭差 h_c でボーリングが生じると考えられる。

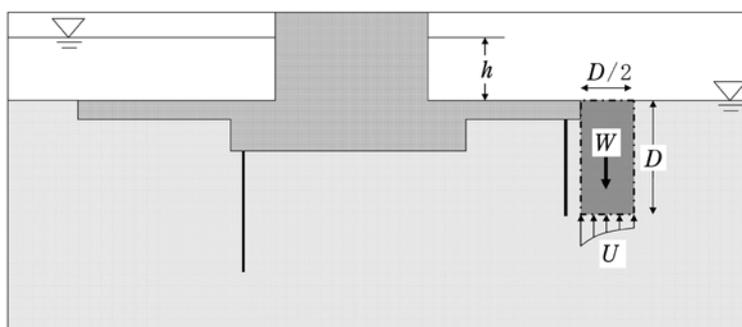


図-11.1-8 堰基礎地盤における Terzaghi の浸透土塊の概念図

[参 考] 弾塑性有限要素法による検討

弾塑性有限要素法は、有限要素浸透解析の結果である浸透力を外力として入力する有効応力解析を行うことで検討を行う手法であり、その解析の流れは図-11.1-9 に示すとおりである。

外力として入力するとき各要素の浸透力は、仮想仕事の原理より各節点力に変換しておく必要がある。入力する各節点における浸透力は、地盤の状態が定常であると仮定すれば、各節点において水頭差に、ある低減率を乗じたものとなる。このため、浸透解析は任意の水頭差 h で行い、各節点で低減率を求めておけばよい。

弾塑性解析では、解析に用いる材料定数としてポアソン比、内部摩擦角、粘着力、ダイレイタンシー角、弾性係数等が必要である。各要素の水中単位体積重量には飽和単位体積重量から単位体積に作用する浮力を引いた値を用いる。

構成式には降伏条件に Mohr-Coulomb モデルを採用し、塑性ポテンシャルには Drucker-Prager モデルを適用する MC-DP モデルを採用することが望ましい。ここで、降伏条件 Mohr-Coulomb モデルを採用するのは、Mohr-Coulomb モデルが土質力学の問題を解く基礎となっており、比較的良好に実験結果を表現しうるためである。また、塑性ポテンシャルに Drucker-Prager モデルを採用するのは、 π 平面上に特異点を持たないため解析上扱いやすいためである。

浸透力を外力として全節点に入力する際は、水頭差として 1 ステップに 50 cm 程度の浸透力を目安に増加させていく。解が未収束であるステップを浸透破壊の限界水頭差とみなすことができる。弾塑性解析における収束計算は、変位ノルム、荷重ノルム、エネルギーノルム等で行い、収束条件は 1/1,000 程度として計算する。解の安定が悪い場合は、入力する 1 ステップの浸透力を小さくして再試行するとよい。

弾塑性有限要素解析による検討を行う上での注意点として、密あるいは中密な砂地盤や過圧密粘土地盤では、応力ひずみ関係でピーク強度から残留強度に落ちるひずみ軟化が生じる点が挙げられる。原地盤不かく乱土の土質試験において、ひずみ軟化を示す地盤であることが確認されたとき、その地盤の土質試験で得られたせん断抵抗角 ϕ は、応力ひずみ関係においてピーク時のせん断抵抗角であることが多い。しかし、実際の地盤のせん断抵抗角 ϕ はピーク時と残留時の間のいずれかのせん断抵抗角 ϕ となるので、このような地盤に対してピーク時のせん断抵抗角で解析を行った場合、地盤の破壊現象を過大に見積もってしまう可能性があり注意が必要である。そのため、このような地盤に対しては、せん断帯幅、ひずみ軟化等を考慮した弾塑性解析を行うことが望まれる。

パイピング現象が複雑な現象であり有限要素法による計算だけでは予測できない点もあるため、解

析結果にかかる安全率はクリープ比などで用いられている経験的な値を参考に決める必要がある。

なお、解析に使用するソフトは、使用前に必ずベンチマークを行い、信頼性の高いソフトを使用しなくてはならない。

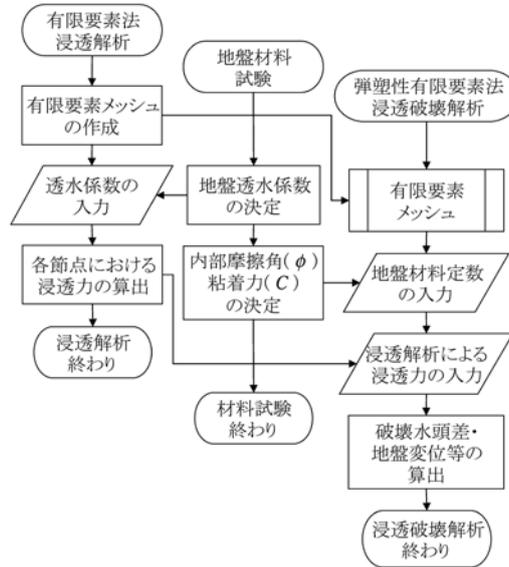


図-11.1-9 弾塑性有限要素法を用いた浸透破壊解析フローチャート

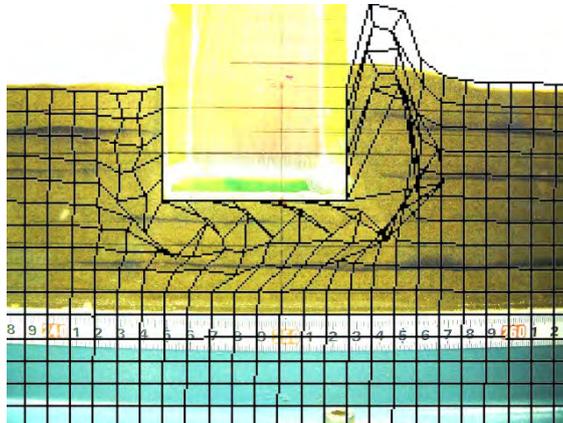


図-11.1-10 実験画像と弾塑性有限要素解析による要素変位画像（イメージ図）

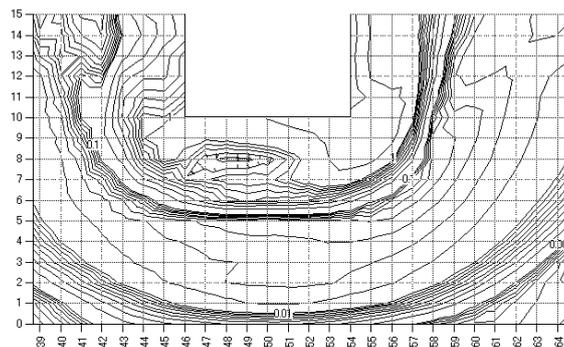


図-11.1-11 最大せん断ひずみコンターライン（イメージ図、等高線は対数表示）

11.2 浸透量の計算

浸透量の検討は、湧水量が取水量に対してあまり大きくない場合等に、浸透量を所定の範囲内に収めるために行うもので、次の計算方法がある。これらの計算方法は施工時の仮締切工法や水替え工法の設計の検討にも用いられる。

11.2.1 流線網による浸透量の計算

(1) 図式解法（流線網による方法）*4

流線網とは、透水層内における二次元流動を流線（Stream Line）と等ポテンシャル線（Equipotential Line 等位線）とによって表す図形である。

流線網においては、相隣る 2 本の流線によって形成される流管（Flow Channel）内の浸透流量 Δq は、それぞれに等しく、また相隣る 2 本の等ポテンシャル線が表すポテンシャル水頭差 Δh はそれぞれに相等しいように描かれている（図-11.2-1 参照）。

図-11.2-1 において、相隣る 2 本の等ポテンシャル線と、相隣る 2 本の流線で囲まれる領域（例えば、abcd）を考える。

この領域において、等ポテンシャル線の間隔を Δn 流線の間隔を ΔS とする。水頭勾配は

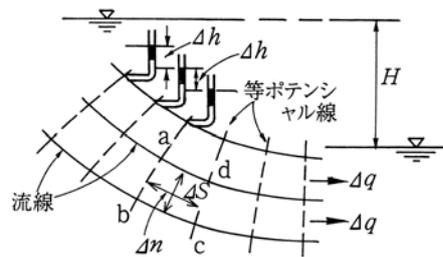


図-11.2-1 流線網説明図

$\Delta h / \Delta n$ であるから、この領域を通る流速はダルシー則（Darcy Law）により、浸透係数を κ とすると、

$$v = \kappa \frac{\Delta h}{\Delta n} \dots\dots\dots (11.2-1)$$

奥行を単位長さにとると、この領域の流管断面積は $\Delta S \times 1$ であるから、

$$\Delta q = v(\Delta S \times 1) \dots\dots\dots (11.2-2)$$

式 (11.2-1) と式 (11.2-2) から

$$\Delta q = \kappa \frac{\Delta h}{\Delta n} \Delta S \dots\dots\dots (11.2-3)$$

*4 田町正誉：農業水工学例解、土地改良新聞社(1954)

1本の流管内では流れは連続していて、 $\Delta q = \text{一定}$ であるから、式(11.2-2)から $v = \Delta q / \Delta S$ となり、 v は ΔS に反比例する。ゆえに、流線の間隔が狭いところでは v は大となり、また間隔が広いところでは v は小となる。

また、式(11.2-3)より

$$\Delta q = \kappa \Delta h \frac{\Delta S}{\Delta n} \dots\dots\dots (11.2-4)$$

上式から Δh 及び Δq が一定であるためには、 $\Delta S / \Delta n$ は一定でなければならない。すなわち、相隣る流線と相隣る等ポテンシャル線で囲まれる網目の2辺の比は一定でなければならない。

流線網は、一般に $\Delta S / \Delta n \doteq 1$ になるような近似正方形で描かれる。

このような流線網において、流管数を n_f 、流れの領域を等ポテンシャル線により分割される数を n_d とする。また、流れの領域の上、下流の水位差を H (水頭差)とすると、 $\Delta h = H / n_d$ であるから、この流れの領域の浸透流量(奥行は単位長にとる)は、式(11.2-2)より

$$Q = n_f \cdot \Delta q = \frac{n_f}{n_d} \kappa H \frac{\Delta S}{\Delta n} \dots\dots\dots (11.2-5)$$

上式において、 $\Delta S / \Delta n = 1$ とすると、

$$Q = \frac{n_f}{n_d} \kappa H \dots\dots\dots (11.2-6)$$

(2) 流線網図形の基本的要件*4

流線網は、ある程度経験と既往の事例を参考にしながら描くものであるが、当然2次元流動の理論に合致していなければならない。流線網が有する基本的要件は、次のとおりである。

ア すべての流線と等ポテンシャル線は必ず直交する。

イ 構造物と透水層の接する面(線)、及び不透水層面(線)は一つの流れの面(線)であり、等ポテンシャル面(線)はすべてそれに直交する。

ウ 流れの面(流線)は、すべての流入面及び流出面に直交する。したがって、流入面及び流出面は、それぞれ等ポテンシャル面(線)である。

エ それぞれの流線及び等ポテンシャル線は、連続したなめらかな曲線よりなる。

オ 流線は構造物の凸出部で密集し、凹入部では間隔が広がるようになる。

カ 流線網のそれぞれの網目は曲線で囲まれた近似正方形であるが、細分していくに従って、正方形の図形に近づいていく。

(3) 流線網の事例

ここでは、流線網の単純な事例として、3例(図-11.2-2～図-11.2-4)を示すことにする。この場合、基礎地盤の水平、鉛直方向の浸透係数(κ_h 、 κ_v)はそれぞれ等しく、 $\kappa_h = \kappa_v (= \kappa)$ と表している。

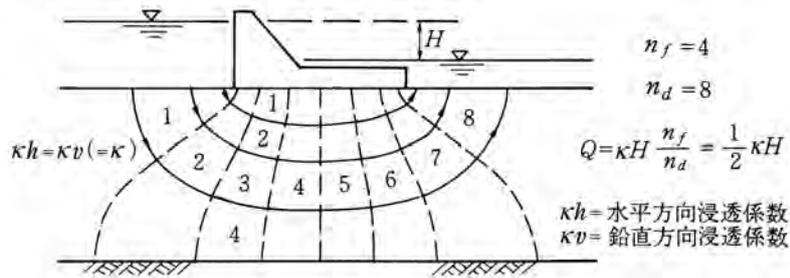


図-11.2-2 水平不透層が有限の深さにあるとき*5

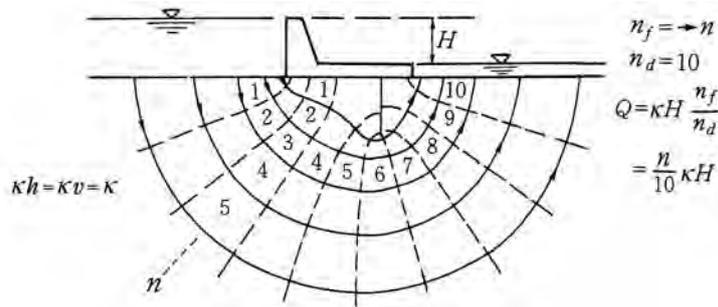


図-11.2-3 水平透水層が深い場合で、かつ図のとおり止水矢板があるとき*6

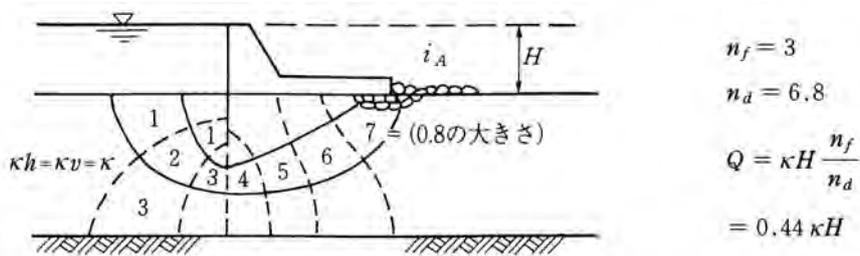


図-11.2-4 堰上流端に止水矢板、下流端にフィルタードレインがある場合

11.2.2 数値計算による浸透量の計算

(1) 止水矢板がない場合

$$q = \kappa \cdot K'(h_1 - h_2) / 2K \dots\dots\dots (11.2-7)$$

ここに、 q : 単位幅当たり浸透量 ($\text{m}^3/\text{s}/\text{m}$)

κ : 透水係数 (m/s)

h_1 : 上流水深 (m)

h_2 : 下流水深 (m)

C : 堰の長さの $1/2$

H : 透水層の深さ (m)

*5 S. Leliavsky: Design Textbook in Civil Engineering, Vol. 3, Design of Dams for Percolation and Erosion, Chaman & Halls (1965)

*6 H. R. Cedergren: Seepage, Drainage & Flownets, 2nd Ed., Wiley & Sons (1977)

K : κ^* を母数とする第一種完全だ円積分値

K' : $\kappa'^* = \sqrt{1 - \kappa^{*2}}$ を補母数とする第一種完全だ円積分値

κ^* : $\tanh(\pi C / 2H)$

注) \tanh はハイパボリックタンジェント

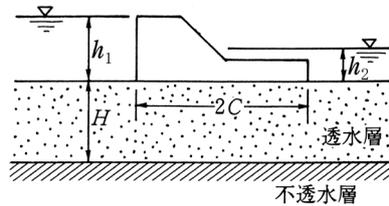


図-11.2-5 止水矢板がない場合

計算の手順は、透水層の深さ (H) と堰底幅 ($2C$) から κ^* を計算し、次に図-11.2-6 で K 、 K' を求めて、式 (11.2-7) にこれを代入して浸透量 (q) を求める。

なお、この場合、 $q / \kappa(h_1 - h_2)$ と $2C / H$ の関係が図-11.2-7 に示されているので、この図を用いて浸透量 (q) を求めることもできる。

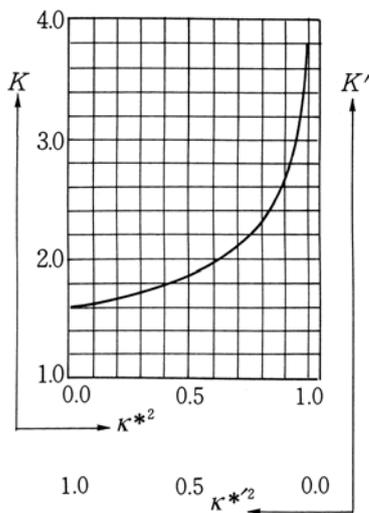


図-11.2-6

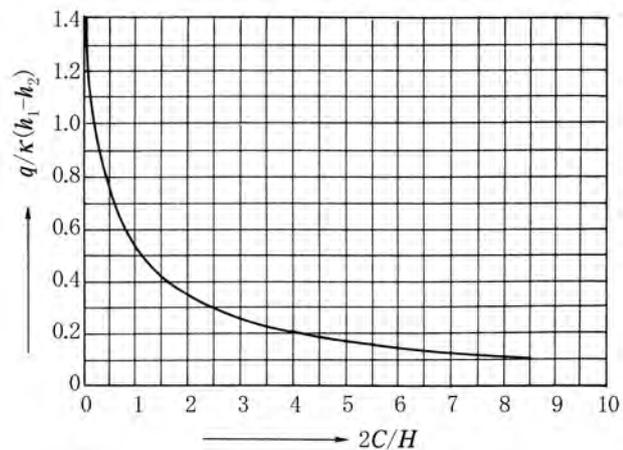


図-11.2-7

(2) 止水矢板がある場合

$$q = \kappa K' (h_1 - h_2) / 2K \dots\dots\dots (11.2-8)$$

ここに、 q : 単位幅当たり浸透量 ($\text{m}^3/\text{s}/\text{m}$)

κ : 透水係数 (m/s)

h_1 : 上流水深 (m)

h_2 : 下流水深 (m)

C : 堰の長さの 1/2 (m)

H : 透水層の深さ (m)

D : 止水矢板の深さ (m)

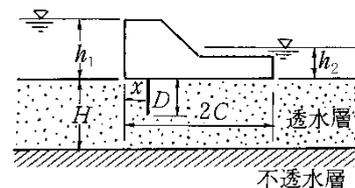


図-11.2-8 止水矢板がある場合

- x : 堰上流端から止水矢板までの距離 (m)
- K : κ^* を母数とする第一種完全だ円積分値
- K' : $\kappa^{*'} = \sqrt{1 - \kappa^{*2}}$ を補母数とする第一種完全だ円積分値

$$\kappa^* = \frac{ab \pm m^2 - \sqrt{(m^2 - b^2)(m^2 - a^2)}}{m(a + b)} \dots\dots\dots (11.2-9)$$

$$m = \operatorname{cosec} \frac{\pi D}{2H} \dots\dots\dots (11.2-10)$$

$$b^2 = 1 + \cot^2 \frac{\pi D}{2H} \tanh^2 \left\{ \frac{\pi C}{H} \left(1 - \frac{x}{2C} \right) \right\} \dots\dots\dots (11.2-11)$$

$$a^2 = 1 + \cot^2 \frac{\pi D}{2H} \tanh^2 \left(\frac{\pi x}{2H} \right) \dots\dots\dots (11.2-12)$$

注) \tanh はハイパボリックタンジェント

計算の手順は、透水層の深さ (H)、堰の長さ ($2C$) 及び堰上流端から止水矢板までの距離 (x) から κ^* を計算し、次に図-11.2-6 で K 、 K' を求めて、式 (11.2-8) にこれを代入して浸透量 (q) を求める。

上流端に止水矢板がある場合 (図-11.2-9 参照) は、式 (11.2-11)、式 (11.2-12) において、 $x = 0$ とすれば、求められる。

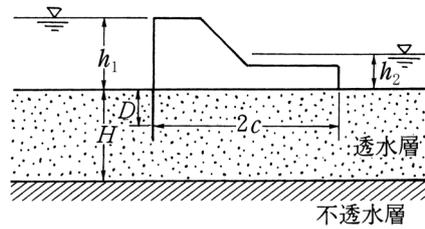


図-11.2-9 上流端に止水矢板がある場合

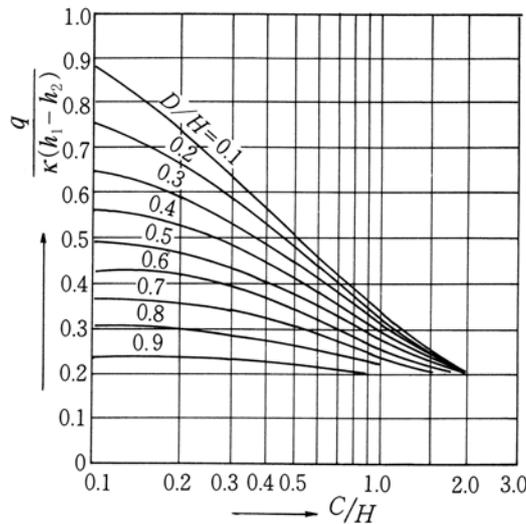


図-11.2-10 $C/H, D/H$ に対する $q / \kappa(h_1 - h_2)$

この場合の計算を簡便にするため、**図-11.2-10** を用いて C/H と D/H の値に対する $q/\kappa(h_1-h_2)$ の値を求め、 κ 、 h_1 、 h_2 を与えて q を算定する。

(3) 仮締切矢板の場合*7

ア 半無限とみなしうる浸透性地盤に深さ t の矢板を打込んだ場合**図-11.2-11** に示したように矢板の下流側掘削深さが 0 である場合には上流側水深を H_1 、下流側水深を H_2 、水頭差を H 、矢板の根入れ深さを d とすると、この場合の浸透流の形状は共焦点だ円群となり、等ポテンシャル線は共焦点双曲線群となる。すなわち流線は流線関数を ψ とすると

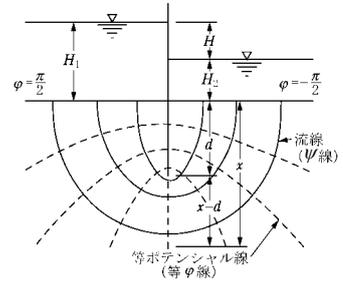


図-11.2-11

$$\frac{x^2}{d^2 \sinh^2 \psi} + \frac{y^2}{d^2 \cosh^2 \psi} = 1 \dots\dots\dots (11.2-13)$$

で与えられる。

ここで、下流側地表面における流速分布を求めると、**式 (11.2-13)** に $y = 0$ を代入し、

$$\psi = \sinh^{-1} \frac{x}{d}$$

を x について微分して y 方向の分速度

$$v_y = \frac{\partial \psi}{\partial x} = -\frac{1}{\sqrt{d^2 + x^2}}$$

を得る。この式は流速が矢板に沿った線上で最大となり、矢板から遠ざかるに従って双曲線状に減少することと、矢板の根入れが大であるほど流速 v は小さくなることを示している。また**式 (11.2-13)** において $x = 0$ を代入し上下流の水位差 H に対する動水ポテンシャルの浸透による変化量 H/x を乗じると

$$\psi = \frac{H}{\pi} \cosh^{-1} \frac{y}{d}$$

となり、この式から x 方向の分速度は次式で与えられる。

$$v_x = -\frac{\partial \psi}{\partial y} = -\frac{H}{\pi} \cdot \frac{1}{\sqrt{y^2 - d^2}}$$

いま矢板の先端 $y = d$ から任意の深さ $y = z$ までの単位幅当たりの浸透流量 q は次式で計算される。

$$q = -\kappa \frac{H}{\pi} \int_z^d \frac{1}{\sqrt{y^2 - d^2}} dy = \kappa \frac{H}{\pi} \cos^{-1} \frac{z}{d} = \kappa \frac{H}{\pi} \log_e \left(\frac{z}{d} + \sqrt{\left(\frac{z}{d}\right)^2 - 1} \right)$$

*7 最上武雄・福田秀夫共編：現場技術者のための土質工学、鹿島出版会(1959)

イ 半無限とみなしうる浸透性地盤上に幅 B の平面縮切りを設けた場合

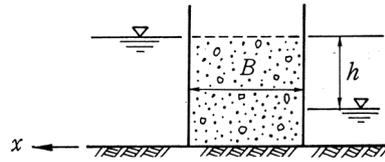


図-11.2-12

$$q = \kappa h \frac{1}{\pi} \log_e \left\{ \frac{2x}{B} + \sqrt{\left(\frac{2x}{B}\right)^2 - 1} \right\} \dots\dots\dots (11.2-14)$$

ウ 厚さ T の浸透性地盤上に深さ t の矢板を打込んだ場合

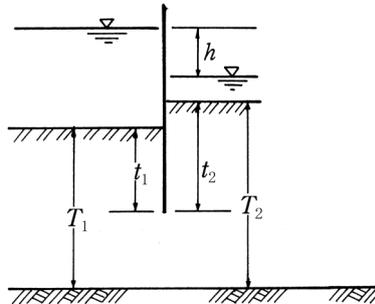


図-11.2-13

$$q = \kappa h / \left(\sqrt[3]{\frac{t_1}{T_1 - t_1}} + \sqrt[3]{\frac{t_2}{T_2 - t_2}} \right) \dots\dots\dots (11.2-15)$$

エ 厚さ T の浸透性地盤上に根入れ深さ t 、幅 B の縮切りを設けた場合

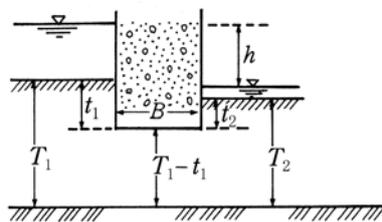


図-11.2-14

$$q = \kappa h / \left(\sqrt[3]{\frac{t_1}{T_1 - t_1}} + \frac{B}{T_1 - t_1} + \sqrt[3]{\frac{t_2}{T_2 - t_2}} \right) \dots\dots\dots (11.2-16)$$

$t_1 = t_2 = t, T_1 = T_2 = T$ の場合

$$q = \kappa h / 2 \left\{ \sqrt{\frac{t}{T-t}} + \frac{B}{2(T-t)} \right\} \dots\dots\dots (11.2-17)$$

なお、浸透量の計算に用いる透水係数 κ の求め方には次のような方法がある。

(ア) ヘーゼン (Hazen) の実験式

$$\kappa = C(0.7 + 0.03t)d_e^2 \text{ (cm/s)} \dots\dots\dots (11.2-18)$$

ここに、 κ : 透水係数 (cm/s)

d_e : 有効径、ふるい分け粒度加積曲線における 10% 粒径 (cm)

t : 水の温度 (°C)

C : 係数で 50~150、一般に 115、よく締まった砂では 70 くらいまで下がる。

(イ) テルツァギー (Terzaghi) の公式

$$\kappa = (460 \sim 800) \frac{\mu_0}{\mu_t} \left(\frac{\lambda/100 - 0.13}{\sqrt{1 - \lambda/100}} \right)^2 d_e^2 \dots\dots\dots (11.2-19)$$

ここに、 μ_0 : 温度 10°C のときの粘性係数

μ_t : 温度 t °C のときの粘性係数

d_e : 有効径 (= d_{10}) (cm)

λ : 砂の間隙率 (%)

実験によれば、砂が平滑な球形のときには係数が 800 になり、不規則なときには 460 であるという。

(ウ) 透水係数の概略値

表-11.2-1 透水係数の概略値 (クレーガーの提案値)

D_{20} (mm)	κ (cm/s)	土質分類	D_{20} (mm)	κ (cm/s)	土質分類
0.005	0.000003	粗粒粘土	0.18	0.00685	微粒砂
0.01	0.0000105	細粒シルト	0.2	0.0089	
0.02	0.00004	粗砂シルト	0.25	0.014	中粒砂
0.03	0.000085		0.3	0.022	
0.04	0.000175		0.35	0.032	
0.05	0.00028		0.4	0.045	
0.06	0.00046	極微粒砂	0.45	0.058	粗粒砂
0.07	0.00065		0.5	0.075	
0.08	0.0009		0.6	0.11	
0.09	0.0014		0.7	0.16	
0.1	0.00175	微粒砂	0.8	0.215	粗粒砂
0.12	0.0026		0.9	0.28	
0.14	0.0038		1	0.36	
0.16	0.0051		2	1.8	砂礫

出典：土質工学ハンドブック (1985)

(エ) 現場における透水係数の測定

透水係数の測定は、ボーリング孔、又は試掘坑による揚水試験によるのが一般的である。