

(別添資料)

植物品種識別における品種同定理論

1 マーカー数と比較品種数の関係

ある植物について、品種の同定のために持ち込まれたある 1 品種が、比較される品種のどれかと同じであるか否かを DNA マーカーを用いて検査する場面を考える。持ち込まれた品種名を V とし、品種 V と比較される品種群を「比較品種」と呼ぶこととし、その数を n 、マーカー数を k とする。また比較品種も含めて、当該植物の世界における全品種を「既存品種」と呼ぶ。比較品種は、母集団である既存品種からの「標本」とみなせる。

- (1) もし品種 V が、比較品種のどれに対しても、1 ローカス以上で異なるアリールを持つことが判明すれば、品種 V は DNA マーカーに基づく限り「比較品種内の品種のどれとも同じとは認められない」と判定される。もちろんこの場合に、比較品種が、持ち込まれる可能性のある(例えば、国内に流通している)主要品種を全て含むことが重要である。比較品種数が少なければ、品種 V と同じ品種が比較品種以外の既存品種中にあっても見逃されてしまう確率が高くなる。
- (2) 一方、品種 V が、比較品種のどれか 1 つ以上の品種と全ローカスで同じアリールを示した場合には、通常は、品種 V はその同じアリールを示す品種と同じではないかと疑われる。しかし、この場合、ローカス数が少なければ、本来は異なる品種間でも、アリールがたまたま同じであることが起こり得る。つまり別品種であるにもかかわらず疑われるケースが増えることになる。また、比較品種数が多くなれば、どのようなアリールの組合せについても、それをもつ品種が比較品種中に必ず 1 品種は含まれるようになり、どのような品種 V がもちこまれても、比較品種内の品種と同じであると疑われることになる。このことを簡単な例で以下に示す。

いま開発された品種識別マーカーが、2 つのローカス (A 、 B) だけで、そのアリールは 2 つ ($A-a$ 、 $B-b$) であるとする。表 1 のように、比較品種中に AB 、 Ab 、 aB 、 ab のマーカー型をもつ品種が 1 品種以上含まれていれば、もちこまれた品種 V がこれら 4 型のうちのどのマーカー型を示そうとも、必ず比較品種中のどれかと同じマーカー型をもつことになる。すなわち、「比較品種中に少なくとも 1 品種の同一マーカー型をもつ品種がある確率」は 1 となる。

品種間でのマーカー型の分布がランダムであるとしても、このような 4 種のマーカー

型の全てについて、1 品種以上が含まれるチャンスは、比較品種数が増すにつれて大きくなる。

表 1 ローカス が 2 個の場合の可能なマーカー型

	ローカス α	ローカス β
品種 1	A	B
品種 2	A	b
品種 3	a	B
品種 4	a	b

このように品種 V がどのようなマーカー型をもつとしても、ローカス数やアリアル数が少なければ、必ず比較品種中にそれと同じマーカー型をもつ品種がたまたま存在することがありうることになる。比較品種の数が多いほど、検定に使うマーカー数（マーカー型の数）もそれに応じて多くしなければならない。

それでは、マーカー数をどの程度にすればよいであろうか？

2 ある持ち込まれた品種 V に対し、比較品種中に 1 品種以上の同一マーカー型が偶然存在する確率（アリアル頻度が 0.5 の場合）

問題をもう少し一般的に考えてみる。最初に、最も簡単な場合として、マーカーとなる全てのローカスについてアリアルが 2 種類のみとし、その期待頻度はともに 0.5 とする。品種におけるアリアルの分布はどのローカスの対間でも独立であるとする。また、対象とする植物は完全自殖性で、品種は純系、つまり全ローカスで完全ホモ接合とする。

このとき、比較品種中のある任意の 1 品種が品種 V と k ローカスのすべてについて同じマーカー型をもつ確率は $\left(\frac{1}{2}\right)^k$ 、 k ローカス中どれかで異なるマーカー型をもつ確率は

$1 - \left(\frac{1}{2}\right)^k$ となる。

当該植物について無限に多い全品種から無作為に抽出された n 品種のすべてが品種 V と異なるマーカー型をもつ確率は、

$$P_1' = \left(1 - \left(\frac{1}{2}\right)^k\right)^n \quad (1a)$$

よって比較品種中に少なくとも 1 品種がたまたま品種 V と同じマーカー型を示す確率 P_1 は、

$$P_1 = 1 - P_1' = 1 - \left(1 - \left(\frac{1}{2}\right)^k\right)^n \quad (1b)$$

したがって、式 (1b) より、既存品種数 n に対して、「品種 V と同じ品種がたまたま

比較品種中に 1 品種以上みいだされる確率」を P_1 以下にするために必要なマーカー数 k を算出することができる。

3 ある持ち込まれた品種 V に対し、比較品種中に 1 品種以上の同一マーカー型が偶然存在する確率（アリアル頻度が任意の場合）

品種 V のもつアリアルの頻度が 0.5 でなく、ローカス間で異なり、ローカス i では p_i であるとき ($0 < p_i < 1$) には、確率 P_1 は、以下の式で表わされる。

$$P_1 = 1 - (1 - \prod_{i=1}^k p_i)^n \quad (2)$$

ここで $\prod_{i=1}^k p_i = p_1 \cdot p_2 \cdots p_k$ である。

ここで、

$$\prod_{i=1}^k p_i = p_0^k \quad \text{すなわち、} \quad \log(p_0) = \frac{\sum_{i=1}^k \log(p_i)}{k} \quad (3)$$

とおくと、

$$P_1 = 1 - (1 - p_0^k)^n \quad (4)$$

となる。

確率に直接関係するのは、各ローカスにおけるアリアル数ではなく、品種 V がもつアリアルの既存品種(母集団)中における頻度である。母集団における頻度は実際には不明であるので、比較品種における頻度で代用とする。

品種 V がもつアリアルが品種群中でまれなタイプであり、 p_i が小さな値であれば、それだけ p_0 が小さくなり、したがって、マーカー数が少なくても確率 P_1 は一定の水準以下に維持され得ることとなる。

4 【 例 題 】

いま例題として、表 2 のとおりのマーカー型をもつ品種 V がもちこまれたとする。それに対して同一品種があるかないかを検定される比較品種が 20 品種あるとする。

例えば、マーカーとなるローカス A については、品種 V はアリアル「○」をもつが、

それに対して 20 品種中で同じアリアル「○」をもつ品種は 7 品種あるので、7/20 を品種母集団におけるアリアルの頻度とみなす。

品種 V と同じマーカ型のアリアルの頻度の幾何平均は、計算すると 0.221 となる。

表 2. 例題

	ローカス									
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
品種 V (被検定品種)	○	●		▲	○	●	○		▲	○
品種 V がもつアリアルの頻度	0.35	0.65	0.15	0.10	0.35	0.45	0.35	0.15	0.20	0.05
アリアル数	2	2	3	4	2	5	2	3	4	3
品種 1	○	●		▲	○	●	○		▲	○
品種 2	○	○	●	●	●	○	●		●	●
品種 3	●	●	○	○	●	●	●	○	○	●
品種 4	●	○	○	○	○	●	○	○	○	●
品種 5	●	●	●	●	●		●	●	▲	●
品種 6	●	●	○		●	●	●	●		●
品種 7	○	○	●	○	○	○	●	●	○	●
品種 8	○	●		○	●	●	●		○	
品種 9	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
品種 10	●	○	●	○	○	○	○	○	○	●
品種 11	●	●	●		●	●	○	●	▲	●
品種 12	●	●	○	●	●		●	●	○	●
品種 13	○	●	○	●	●	●	○	○	●	
品種 14	○	●		○	●		●	●	○	●
品種 15	●	●	○	●	●		●	○	●	●
品種 16	○	○	●	○	○	○	●	●	○	▲
品種 17	●	○	○	●	○	▲	○	○		●
品種 18	●	●	○	▲	●		●	●	▲	●
品種 19	●	○	●	○	○	▲	●	●	○	
品種 20	●	●	○	●	●	●	○	○	●	●

$$p_0 = \exp\left[\frac{1}{10} \{\log(0.35) + \log(0.65) + \Lambda + \log(0.05)\}\right] = 0.221$$

○、●、 、 ▲などは、マーカのアリアルを表わす。

(4) の式において、 $n=20$ 、 $k=10$ 、 $p_0 = 0.221$ とすると、 $P_1 = 0.000006$ となる。

表では、品種 1 が品種 V と同じマーカ型を示しているが、このように低い確率の下で、もし品種 V と同じマーカ型を示す品種が 20 品種中にみいだされたら、それは偶然以外の原因があると疑ってよいであろう。

逆に、もし確率 P_1 があまり小さくない値である条件下でたまたま品種 V と同じマーカ

型を示す品種が 20 品種中に見いだされとしても、それが同一品種であると疑うことは妥当ではない。偶然そのようなことがおこる確率が無視できないからである。このような場合には、マーカー数を増やして P_1 の値が小さくなるように改善を加える必要がある。

5 ある持ち込まれた品種 V に対し、比較品種中に 1 品種以上の同一マーカー型が偶然存在する確率の表 ($p_0 = 0.1 \sim 0.5$)

$p_0 = 0.1 \sim 0.5$ 、 $n=10 \sim 200$ の場合について P_1 を計算した結果を、表 3 に示す。同じローカス数でも比較される品種数が多いほど、偶然に品種 V と同じマーカー型を示す品種がある確率が高くなる。例えば、 P_1 が 0.001 以下である条件が必要とするならば、品種数を 200 として、 $p_0 = 0.1$ では所要ローカス数は 5 以上、 $p_0 = 0.5$ では 15 以上となる。なお品種間におけるマーカー分布がローカス間で独立でない場合には、計算された確率 P_1 は実際よりも過小となる。

表 3. あるもちこまれた品種 V に対し、比較品種中に 1 品種以上の同一マーカー型が偶然存在する確率 p_1

$p_0 = 0.1$

		マーカー数							
		2	3	4	5	6	7	8	9
品 種 数	10	0.096	0.010	0.001	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	20	0.182	0.020	0.002	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	30	0.260	0.030	0.003	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	40	0.331	0.039	0.004	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	50	0.395	0.049	0.005	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	60	0.453	0.058	0.006	0.001	0.000	0.000	0.000	0.000
	70	0.505	0.068	0.007	0.001	0.000	0.000	0.000	0.000
	80	0.552	0.077	0.008	0.001	0.000	0.000	0.000	0.000
	90	0.595	0.086	0.009	0.001	0.000	0.000	0.000	0.000
	100	0.634	0.095	0.010	0.001	0.000	0.000	0.000	0.000
	110	0.669	0.104	0.011	0.001	0.000	0.000	0.000	0.000
	120	0.701	0.113	0.012	0.001	0.000	0.000	0.000	0.000
	130	0.729	0.122	0.013	0.001	0.000	0.000	0.000	0.000
	140	0.755	0.131	0.014	0.001	0.000	0.000	0.000	0.000
	150	0.779	0.139	0.015	0.001	0.000	0.000	0.000	0.000
	160	0.800	0.148	0.016	0.002	0.000	0.000	0.000	0.000
	170	0.819	0.156	0.017	0.002	0.000	0.000	0.000	0.000
	180	0.836	0.165	0.018	0.002	0.000	0.000	0.000	0.000
	190	0.852	0.173	0.019	0.002	0.000	0.000	0.000	0.000
	200	0.866	0.181	0.020	0.002	0.000	0.000	0.000	0.000

$$p_0 = 0.2$$

		マーカー数							
		3	4	5	6	7	8	9	10
品 種 数	10	0.077	0.016	0.003	0.001	0.000	0.000	0.000	0.000
	20	0.148	0.032	0.006	0.001	0.000	0.000	0.000	0.000
	30	0.214	0.047	0.010	0.002	0.000	0.000	0.000	0.000
	40	0.275	0.062	0.013	0.003	0.001	0.000	0.000	0.000
	50	0.331	0.077	0.016	0.003	0.001	0.000	0.000	0.000
	60	0.382	0.092	0.019	0.004	0.001	0.000	0.000	0.000
	70	0.430	0.106	0.022	0.004	0.001	0.000	0.000	0.000
	80	0.474	0.120	0.025	0.005	0.001	0.000	0.000	0.000
	90	0.515	0.134	0.028	0.006	0.001	0.000	0.000	0.000
	100	0.552	0.148	0.031	0.006	0.001	0.000	0.000	0.000
	110	0.587	0.162	0.035	0.007	0.001	0.000	0.000	0.000
	120	0.619	0.175	0.038	0.008	0.002	0.000	0.000	0.000
	130	0.648	0.188	0.041	0.008	0.002	0.000	0.000	0.000
	140	0.675	0.201	0.044	0.009	0.002	0.000	0.000	0.000
	150	0.700	0.214	0.047	0.010	0.002	0.000	0.000	0.000
	160	0.723	0.226	0.050	0.010	0.002	0.000	0.000	0.000
	170	0.745	0.238	0.053	0.011	0.002	0.000	0.000	0.000
	180	0.764	0.250	0.056	0.011	0.002	0.000	0.000	0.000
	190	0.783	0.262	0.059	0.012	0.002	0.000	0.000	0.000
	200	0.799	0.274	0.062	0.013	0.003	0.001	0.000	0.000

$$p_0 = 0.3$$

		マーカー数							
		4	5	6	7	8	9	10	11
品 種 数	10	0.078	0.024	0.007	0.002	0.001	0.000	0.000	0.000
	20	0.150	0.047	0.014	0.004	0.001	0.000	0.000	0.000
	30	0.217	0.070	0.022	0.007	0.002	0.001	0.000	0.000
	40	0.278	0.093	0.029	0.009	0.003	0.001	0.000	0.000
	50	0.334	0.115	0.036	0.011	0.003	0.001	0.000	0.000
	60	0.386	0.136	0.043	0.013	0.004	0.001	0.000	0.000
	70	0.434	0.157	0.050	0.015	0.005	0.001	0.000	0.000
	80	0.478	0.177	0.057	0.017	0.005	0.002	0.000	0.000
	90	0.519	0.197	0.064	0.019	0.006	0.002	0.001	0.000
	100	0.557	0.216	0.070	0.022	0.007	0.002	0.001	0.000
	110	0.591	0.235	0.077	0.024	0.007	0.002	0.001	0.000
	120	0.623	0.253	0.084	0.026	0.008	0.002	0.001	0.000
	130	0.653	0.271	0.090	0.028	0.008	0.003	0.001	0.000
	140	0.680	0.289	0.097	0.030	0.009	0.003	0.001	0.000
	150	0.705	0.306	0.104	0.032	0.010	0.003	0.001	0.000
	160	0.728	0.322	0.110	0.034	0.010	0.003	0.001	0.000
	170	0.749	0.339	0.117	0.037	0.011	0.003	0.001	0.000
	180	0.769	0.355	0.123	0.039	0.012	0.004	0.001	0.000
	190	0.787	0.370	0.129	0.041	0.012	0.004	0.001	0.000
	200	0.803	0.385	0.136	0.043	0.013	0.004	0.001	0.000

$$p_0 = 0.4$$

		マーカー数							
		5	6	7	8	9	10	11	12
品 種 数	10	0.098	0.040	0.016	0.007	0.003	0.001	0.000	0.000
	20	0.186	0.079	0.032	0.013	0.005	0.002	0.001	0.000
	30	0.266	0.116	0.048	0.019	0.008	0.003	0.001	0.001
	40	0.337	0.151	0.063	0.026	0.010	0.004	0.002	0.001
	50	0.402	0.186	0.079	0.032	0.013	0.005	0.002	0.001
	60	0.461	0.218	0.094	0.039	0.016	0.006	0.003	0.001
	70	0.513	0.250	0.108	0.045	0.018	0.007	0.003	0.001
	80	0.561	0.280	0.123	0.051	0.021	0.008	0.003	0.001
	90	0.604	0.309	0.137	0.057	0.023	0.009	0.004	0.002
	100	0.643	0.337	0.151	0.063	0.026	0.010	0.004	0.002
	110	0.678	0.363	0.165	0.070	0.028	0.011	0.005	0.002
	120	0.709	0.389	0.179	0.076	0.031	0.013	0.005	0.002
	130	0.738	0.413	0.192	0.082	0.034	0.014	0.005	0.002
	140	0.763	0.437	0.205	0.088	0.036	0.015	0.006	0.002
	150	0.786	0.460	0.218	0.094	0.039	0.016	0.006	0.003
	160	0.807	0.481	0.231	0.100	0.041	0.017	0.007	0.003
	170	0.826	0.502	0.243	0.105	0.044	0.018	0.007	0.003
	180	0.843	0.522	0.256	0.111	0.046	0.019	0.008	0.003
	190	0.859	0.542	0.268	0.117	0.049	0.020	0.008	0.003
	200	0.872	0.560	0.280	0.123	0.051	0.021	0.008	0.003

$$p_0 = 0.5$$

		マーカー数							
		4	6	8	10	12	14	16	18
品 種 数	10	0.476	0.146	0.038	0.010	0.002	0.001	0.000	0.000
	20	0.725	0.270	0.075	0.019	0.005	0.001	0.000	0.000
	30	0.856	0.377	0.111	0.029	0.007	0.002	0.000	0.000
	40	0.924	0.467	0.145	0.038	0.010	0.002	0.001	0.000
	50	0.960	0.545	0.178	0.048	0.012	0.003	0.001	0.000
	60	0.979	0.611	0.209	0.057	0.015	0.004	0.001	0.000
	70	0.989	0.668	0.240	0.066	0.017	0.004	0.001	0.000
	80	0.994	0.716	0.269	0.075	0.019	0.005	0.001	0.000
	90	0.997	0.758	0.297	0.084	0.022	0.005	0.001	0.000
	100	0.998	0.793	0.324	0.093	0.024	0.006	0.002	0.000
	110	0.999	0.823	0.350	0.102	0.027	0.007	0.002	0.000
	120	1.000	0.849	0.375	0.111	0.029	0.007	0.002	0.000
	130	1.000	0.871	0.399	0.119	0.031	0.008	0.002	0.000
	140	1.000	0.890	0.422	0.128	0.034	0.009	0.002	0.001
	150	1.000	0.906	0.444	0.136	0.036	0.009	0.002	0.001
	160	1.000	0.920	0.465	0.145	0.038	0.010	0.002	0.001
	170	1.000	0.931	0.486	0.153	0.041	0.010	0.003	0.001
	180	1.000	0.941	0.506	0.161	0.043	0.011	0.003	0.001
	190	1.000	0.950	0.525	0.169	0.045	0.012	0.003	0.001
	200	1.000	0.957	0.543	0.178	0.048	0.012	0.003	0.001

(参考)

「比較品種中で互いに異なるマーカー型を持つ品種の割合」

Soller.M. and J.S.Beckmann (1983) Theor.Appl.Genet.67:25-33.

検定に使われる比較品種は、できるだけたがいに異なるマーカー型をもつように選ぶことが望ましい。比較品種をランダムに選ぶとすると、マーカー数が多いほど、比較品種中でマーカー型が互いに異なる品種の割合が高くなる。

いま利用できるローカス数を k 、品種数を n とする。ただし各ローカスにけるアリアルは 2 種とする。このとき、ある 1 品種がもちうるマーカー型の数(可能なマーカー型数)は、 $2^k (= T)$ となる。この 2^k 通りのうち、実際にある特定のセットの n 品種上で実現されるマーカー型は、 ${}_T C_n$ となる。

したがって、無作為に抽出された n 品種上で実現されるマーカー型の種類は ${}_T C_n \cdot n!$

となる。ただし $T = 2^k \geq n$ とする。

一方、 $n \times k$ のローカスのひとつひとつにどちらかのアリアルが入ると考えたときに、ありうるすべての種類数は、 $2^{nk} (= A)$ となる。この数は、無作為に抽出された n 品種がとりうるすべてのマーカー型に等しい。この中には、多型が全くない型まで含まれる。

以上より、品種同定の目的において、比較品種 n においてたがいに異なるマーカー型をもつ品種の割合 R は、

$$R = \frac{{}_T C_n \cdot n!}{2^{nk}} = \frac{n!2^k!}{2^{nk} \cdot n!(2^k - n)!} = \frac{2^k!}{2^{nk} \cdot (2^k - n)!} \quad (5a)$$

となる。アリアル数が 2 でなく、 a であるとする ($a \geq 2$)、Soller・Beckmann の式を拡張して、

$$R = \frac{{}_T C_n \cdot n!}{a^{nk}} = \frac{n!a^k!}{a^{nk} \cdot n!(a^k - n)!} = \frac{a^k!}{a^{nk} \cdot (a^k - n)!} \quad (5b)$$

となる。 $n=10 \sim 200$ 、 $k=2 \sim 20$ の場合について計算すると、 R は表 4 に示すとおりとなる。

品種同定において、比較品種の DNA マーカーのデータベースを準備する場合に、あらかじめどの程度のマーカー数を調べておけばよいかをこの表から推定できる。

与えられた比較品種数 n に対して、割合 R がある一定の値 (たとえば 0.999) より大きい値になるような k を求めて、その数以上のマーカーについてデータベースを作成しておくことが望ましい。例えば、品種数が 200、アリアル数が 4 の場合に、 R が 0.999 以上である条件が必要とするならば、所要ローカス(マーカー数)は 12 となる。

ローカス数が比較品種数に対して少なすぎると、偶然に互いに同じマーカー型を示す品種がデータベースの中に存在する確率が高くなり、検定の効率が悪い。

表 4. 比較品種中でたがいに異なるマーカー型を持つ品種の割合 R

(Soller and Beckmann 1983 の式に基づき計算)

$a = 2$ (a: アリール数)

品種数 n	ローカス (マーカー) 数 k						
	8	10	12	14	16	18	20
10	0.837	0.957	0.989	0.997	0.999	1.000	1.000
20	0.467	0.830	0.955	0.988	0.997	0.999	1.000
30	0.171	0.651	0.899	0.974	0.993	0.998	1.000
40	0.040	0.462	0.826	0.953	0.988	0.997	0.999
50	0.006	0.296	0.741	0.928	0.981	0.995	0.999
60	0.001	0.172	0.648	0.897	0.973	0.993	0.998
70	0.000	0.089	0.553	0.863	0.964	0.991	0.998
80	0.000	0.042	0.460	0.824	0.953	0.988	0.997
90	0.000	0.018	0.373	0.783	0.941	0.985	0.996
100	0.000	0.007	0.296	0.739	0.927	0.981	0.995
110	0.000	0.002	0.228	0.693	0.913	0.977	0.994
120	0.000	0.001	0.172	0.646	0.897	0.973	0.993
130	0.000	0.000	0.126	0.599	0.880	0.969	0.992
140	0.000	0.000	0.090	0.551	0.862	0.964	0.991
150	0.000	0.000	0.063	0.505	0.843	0.958	0.989
160	0.000	0.000	0.043	0.459	0.823	0.953	0.988
170	0.000	0.000	0.029	0.415	0.803	0.947	0.986
180	0.000	0.000	0.018	0.373	0.782	0.940	0.985
190	0.000	0.000	0.012	0.333	0.760	0.934	0.983
200	0.000	0.000	0.007	0.295	0.738	0.927	0.981

$a = 3$

		マーカー数							
		4	6	8	10	12	14	16	18
品 種 数	10	0.561	0.940	0.993	0.999	1.000	1.000	1.000	1.000
	20	0.077	0.769	0.971	0.997	1.000	1.000	1.000	1.000
	30	0.002	0.546	0.936	0.993	0.999	1.000	1.000	1.000
	40	0.000	0.336	0.888	0.987	0.999	1.000	1.000	1.000
	50	0.000	0.179	0.829	0.979	0.998	1.000	1.000	1.000
	60	0.000	0.082	0.763	0.970	0.997	1.000	1.000	1.000
	70	0.000	0.033	0.691	0.960	0.995	0.999	1.000	1.000
	80	0.000	0.011	0.617	0.948	0.994	0.999	1.000	1.000
	90	0.000	0.003	0.542	0.934	0.992	0.999	1.000	1.000
	100	0.000	0.001	0.468	0.920	0.991	0.999	1.000	1.000
	110	0.000	0.000	0.399	0.903	0.989	0.999	1.000	1.000
	120	0.000	0.000	0.335	0.886	0.987	0.999	1.000	1.000
	130	0.000	0.000	0.276	0.868	0.984	0.998	1.000	1.000
	140	0.000	0.000	0.225	0.848	0.982	0.998	1.000	1.000
	150	0.000	0.000	0.180	0.827	0.979	0.998	1.000	1.000
	160	0.000	0.000	0.142	0.806	0.976	0.997	1.000	1.000
	170	0.000	0.000	0.110	0.784	0.973	0.997	1.000	1.000
	180	0.000	0.000	0.084	0.761	0.970	0.997	1.000	1.000
	190	0.000	0.000	0.063	0.738	0.967	0.996	1.000	1.000
	200	0.000	0.000	0.047	0.714	0.963	0.996	1.000	1.000

$a = 4$

	マーカー数							
	4	6	8	10	12	14	16	18
10	0.837	0.989	0.999	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
20	0.467	0.955	0.997	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
30	0.171	0.899	0.993	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
40	0.040	0.826	0.988	0.999	1.000	1.000	1.000	1.000
50	0.006	0.741	0.981	0.999	1.000	1.000	1.000	1.000
60	0.001	0.648	0.973	0.998	1.000	1.000	1.000	1.000
70	0.000	0.553	0.964	0.998	1.000	1.000	1.000	1.000
80	0.000	0.460	0.953	0.997	1.000	1.000	1.000	1.000
90	0.000	0.373	0.941	0.996	1.000	1.000	1.000	1.000
100	0.000	0.296	0.927	0.995	1.000	1.000	1.000	1.000
110	0.000	0.228	0.913	0.994	1.000	1.000	1.000	1.000
120	0.000	0.172	0.897	0.993	1.000	1.000	1.000	1.000
130	0.000	0.126	0.880	0.992	1.000	1.000	1.000	1.000
140	0.000	0.090	0.862	0.991	0.999	1.000	1.000	1.000
150	0.000	0.063	0.843	0.989	0.999	1.000	1.000	1.000
160	0.000	0.043	0.823	0.988	0.999	1.000	1.000	1.000
170	0.000	0.029	0.803	0.986	0.999	1.000	1.000	1.000
180	0.000	0.018	0.782	0.985	0.999	1.000	1.000	1.000
190	0.000	0.012	0.760	0.983	0.999	1.000	1.000	1.000
200	0.000	0.007	0.738	0.981	0.999	1.000	1.000	1.000

$a = 5$

	マーカー数							
	4	5	6	7	8	9	10	11
10	0.930	0.986	0.997	0.999	1.000	1.000	1.000	1.000
20	0.735	0.941	0.988	0.998	1.000	1.000	1.000	1.000
30	0.493	0.870	0.973	0.994	0.999	1.000	1.000	1.000
40	0.279	0.778	0.951	0.990	0.998	1.000	1.000	1.000
50	0.133	0.674	0.925	0.984	0.997	0.999	1.000	1.000
60	0.054	0.566	0.893	0.978	0.995	0.999	1.000	1.000
70	0.018	0.459	0.857	0.970	0.994	0.999	1.000	1.000
80	0.005	0.361	0.817	0.960	0.992	0.998	1.000	1.000
90	0.001	0.274	0.774	0.950	0.990	0.998	1.000	1.000
100	0.000	0.202	0.728	0.939	0.987	0.997	0.999	1.000
110	0.000	0.144	0.681	0.926	0.985	0.997	0.999	1.000
120	0.000	0.099	0.632	0.913	0.982	0.996	0.999	1.000
130	0.000	0.066	0.584	0.898	0.979	0.996	0.999	1.000
140	0.000	0.042	0.535	0.883	0.975	0.995	0.999	1.000
150	0.000	0.026	0.488	0.867	0.972	0.994	0.999	1.000
160	0.000	0.016	0.442	0.850	0.968	0.994	0.999	1.000
170	0.000	0.009	0.397	0.832	0.964	0.993	0.999	1.000
180	0.000	0.005	0.355	0.814	0.960	0.992	0.998	1.000
190	0.000	0.003	0.315	0.795	0.955	0.991	0.998	1.000
200	0.000	0.001	0.278	0.775	0.950	0.990	0.998	1.000

$a = 7$

	マーカー数							
	2	3	4	5	6	7	8	9
10	0.374	0.876	0.981	0.997	1.000	1.000	1.000	1.000
20	0.011	0.569	0.924	0.989	0.998	1.000	1.000	1.000
30	0.000	0.271	0.834	0.974	0.996	0.999	1.000	1.000
40	0.000	0.094	0.721	0.955	0.993	0.999	1.000	1.000
50	0.000	0.023	0.598	0.930	0.990	0.999	1.000	1.000
60	0.000	0.004	0.476	0.900	0.985	0.998	1.000	1.000
70	0.000	0.001	0.362	0.866	0.980	0.997	1.000	1.000
80	0.000	0.000	0.264	0.828	0.973	0.996	0.999	1.000
90	0.000	0.000	0.185	0.788	0.967	0.995	0.999	1.000
100	0.000	0.000	0.124	0.744	0.959	0.994	0.999	1.000
110	0.000	0.000	0.079	0.699	0.950	0.993	0.999	1.000
120	0.000	0.000	0.049	0.653	0.941	0.991	0.999	1.000
130	0.000	0.000	0.029	0.606	0.931	0.990	0.999	1.000
140	0.000	0.000	0.016	0.560	0.921	0.988	0.998	1.000
150	0.000	0.000	0.009	0.513	0.909	0.987	0.998	1.000
160	0.000	0.000	0.004	0.468	0.897	0.985	0.998	1.000
170	0.000	0.000	0.002	0.424	0.885	0.983	0.998	1.000
180	0.000	0.000	0.001	0.382	0.872	0.981	0.997	1.000
190	0.000	0.000	0.000	0.342	0.858	0.978	0.997	1.000
200	0.000	0.000	0.000	0.305	0.844	0.976	0.997	1.000

$a = 10$

	マーカー数							
	2	3	4	5	6	7	8	9
10	0.628	0.956	0.996	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
20	0.130	0.826	0.981	0.998	1.000	1.000	1.000	1.000
30	0.008	0.644	0.957	0.996	1.000	1.000	1.000	1.000
40	0.000	0.454	0.925	0.992	0.999	1.000	1.000	1.000
50	0.000	0.288	0.885	0.988	0.999	1.000	1.000	1.000
60	0.000	0.164	0.837	0.982	0.998	1.000	1.000	1.000
70	0.000	0.084	0.785	0.976	0.998	1.000	1.000	1.000
80	0.000	0.039	0.728	0.969	0.997	1.000	1.000	1.000
90	0.000	0.016	0.669	0.961	0.996	1.000	1.000	1.000
100	0.000	0.006	0.609	0.952	0.995	1.000	1.000	1.000
110	0.000	0.002	0.548	0.942	0.994	0.999	1.000	1.000
120	0.000	0.001	0.488	0.931	0.993	0.999	1.000	1.000
130	0.000	0.000	0.431	0.920	0.992	0.999	1.000	1.000
140	0.000	0.000	0.376	0.907	0.990	0.999	1.000	1.000
150	0.000	0.000	0.325	0.894	0.989	0.999	1.000	1.000
160	0.000	0.000	0.278	0.880	0.987	0.999	1.000	1.000
170	0.000	0.000	0.236	0.866	0.986	0.999	1.000	1.000
180	0.000	0.000	0.198	0.851	0.984	0.998	1.000	1.000
190	0.000	0.000	0.164	0.836	0.982	0.998	1.000	1.000
200	0.000	0.000	0.135	0.819	0.980	0.998	1.000	1.000