農産物需要分析に関する一試論
―図式解法の原理と適用―

中山誠記

一、需要分析と経済模型

需要分析の伝統的な方法は、一九一四年ヘンリー・ムーア（Henry L. Moore）がトウモロコシ、乾草及びバレイショについて行つた先駆的研究(1)いらい、消費量と価格との間の相関々係を最小自乗法によつて数式化しようとする数式的回帰分析（Regression Analysis）にあつたことは周知のとおりである。すなわち単一の関係式による経済分析にほかならない。

しかしいうまでもなく、需要函数は相互依存的な経済体系の一部分を構成するものであり、従つてこれを単一の関係式によつて確定しようとする試みは、かかる相互依存的な経済組織を部分的に孤立させて解こうとする意味をもつものである。最小自乗法による古典的な回帰分析に対して絶えず批判が向けられてきたのも、基本的には上述のような矛盾に起因していると考えてよかろう。とはいえ数式的回帰分析に頼つて需要函数の確定を試みて来た一連の経済統計学者たちが、かような点についての理論的裏付けを全く拋棄していたのでないことは勿論である。本来いくつかの関係式によつて成り立つべき経済組織を単一の関係式にまで集約しうるようなモデル、あるいは相互依存的な経済

組織を前提しながら、しかもなお部分的な経済関係を分離して把握しうるようなモデルの設定が、潜在的にせよ彼等の分析において常に念頭におかれていたことは疑をいれない。単一の関係式で経済組織を統一的に把握しようとする試みの代表的なものとしてはムーアの分析を取り上げることができる。

ムーアの分析において前提されていた模型は移動均衡のそれであつたといわれる。すなわち、あらゆる時点において需要曲線と供給曲線とはただ一つの均衡点を決定し、瞬間的には常に静的均衡状態を保つているが、ただこれら需要供給両曲線が時間とともに変化することによつて均衡点が次々に移動するというのである。

これを方程式組織であらわせば次のごとくである。

$$
(\mathrm{A})\left\{\begin{array}{ll}
D_t=F\ (p.\ \alpha) & \cdots\cdots\cdots(\mathrm{i})\\
S_t=G\ (p.\ \beta) & \cdots\cdots\cdots(\mathrm{ii})\\
D_t=S_t & \cdots\cdots\cdots(\mathrm{iii})
\end{array}\right.
$$

ここにα及びβは時期的にシフトするパラメーターであるから、この模型は基本的には経済変動を取り入れた動態的体系の前駆的なものと考えてもよく、その意味においてクールノー（A. Cournot）の設定し、ワルラス（L. Walras）やパレート（V. pareto）によつて全商品を通ずる一般均衡体系にまで発展させられた静態的均衡の模型とは本質的に異つている。

さて上述のような経済模型を前提すれば、ムーアの行つた価格分量の結合による関係式は経済全体の変動過程を総合的に反映することになり、いいかえれば(A)のごとき経済諸関係が単一の関係式によつて集約的に表現されたと一応はいえるであろう。しかしここに大きな疑問が発生する。すなわち、現実のデータからえられる価格分量の結合は、

単に各時点における均衡点の推移を示すものに過ぎず、本来それが何等か一定の傾向を示すべきいわれはない。すなわち(A)体系を集約した一つの関係式というのが実は全くランダムなものでしかありえないのである。強いて考えれば経済の変動要因がもつぱら供給側にだけあつて需要条件は安定を保つているという仮定をおけば、均衡点の移動を辿ることによつて需要曲線が導出されることになり、逆に経済変動の要因が主として需要側にありとすれば、それによつて、供給曲線が明らかにされるということになる。つまり前述のモデル(A)において、(i)ないし(ii)を不変と仮定することによつて残りの二式が一つの関係式に集約されるということになるであろう。しかしかかる仮定が理論的に無理であることはもちろん、実際的な面からも納得しがたい点が残されている。なぜなら、上述のような前提に立つて需要函数を決定するためには、経済が全体として安定した時期を対象に選ぶことは無意味であつて、一方においてかなり顕著な経済変動が行なわれていることを必要とする。ところが、需要側・供給側両者の条件が、安定と変動という両極端にあるような時期を選ぶということは、実際的な立場から殆ど不可能だからである。

かくして相互依存的な経済組織を一つの関係式で統一的に把握しようとする試みは、それが最小自乗法に基づく回帰分析に立脚する限り理論的にも実際的にも十分な根拠をもちえなかつた。そこで古典的な回帰分析の方法に代つて経済組織の相互依存関係をそのまま連立方程式群によつて捉えようとする、いわゆる構造的分析方法（Structural Analysis）が新しく登場して来たのである。一九四〇年代の当初いらい、まずハーヴェルモー（J. Haavelmo）によつて、ついでコウルズ委員会（Cowles Commission）のグループを中心にして進められてきた一連の研究がこれである。需要分析の分野も、ここに全く新しい展望を与えられたものといえる。ただしかし、構造的分析方法は理論的には輝かしい発展を示しながらも、実際適用の面においては未だ必ずしも実用の域に達しているとはいいがたい。

特にデータの十分に整備されていないわが国のような場合、不用意に取り入れた構造的分析は従来の回帰分析に比較してかえつて誤謬を大きくする危険さえなしとしない。

さてそれならば、古典的な回帰分析が経済組織を統一的に把握しようとする試みには失敗したとしても、経済諸関係の一部分を孤立的に分離して解明するという点についてはどうであろうか。

この点についての理論的な基礎を築いたのは、いうまでもなく一九三〇年代の当初にティンバーゲン（J. Tinbergen）やシュルツ（H. Schultz）などによつて明らかにされた蜘蛛の巣理論（Cobweb Theory）である。周知のように、蜘蛛の巣理論によれば現実の経済現象は決して一時的にせよ需給均衡によつて一義的に価格分量関係が定まるようなものではなく、常に均衡点の周囲を週期的に変動しつづけるものとして理解される。これを方程式組織であらわせば次のごとくである。

$$
(\mathrm{B})\left\{\begin{array}{ll} D_t = F(P_{t-1}) & \cdots\cdots\cdots(\mathrm{i}) \\ S_t = G(P_{t-1}) & \cdots\cdots\cdots(\mathrm{ii}) \\ D_t = S_t & \cdots\cdots\cdots(\mathrm{iii}) \end{array}\right.
$$

この模型においてはじめてダイナミックな経済分析の理論的背景が与えられ、現実の価格分量統計に基づく回帰分析によつて需給函数を確定することが理論的に可能になつたのである。すなわち前式から明らかなように、需要函数は同一時期の価格分量結合によつて、また供給函数は一期前の価格、及び当期における分量との結合関係によつて解明することが出来るわけである。もつとも実際的困難がないわけではない。時系列のデータに基づいて回帰分析を行うためには、必要な標本として、かなりの年次項を揃えなければならないが、その期間を通じて起る需要函数の変化

を処理する問題がそれである。

この困難を解決するために従来とられてきた最も初歩的な方法は、まずそれぞれのデータ系列について全期間にわたる趨勢線を導出し、次にこの趨勢線によつて推計される趨勢値からの偏差をとつて第二次データとし、これに基づいて回帰分析を行うことであつた。かりに需要函数の変化が趨勢的なものであるとすれば、この方法は需要分析を行うための有効な手段たりうるであろうが、いうまでもなくかかる断定を下すべき根拠は十分でない。

需要変化の影響を消去するためにとられた第二の方法は、比較的短期間の移動平均値をもつてこの間における正常値と考え、これからの偏差をデータとして回帰分析を行うことであつた。需要変動の実体をよりよく反映する点において前述の方法にまさることは勿論であるが、ここでも移動平均値をもつて正常値と考えることの理論的な根拠が薄弱である。以上の方法はいずれも、需要変化の影響を単に除去しようとしてとられたものであるが、第三の方法は需要分析を価格分量結合だけによつて行わずに、進んで需要変化の要因をも取り入れた重回帰法によつて行うところのそれである。今日、需要分析に最も広く取り入れられているのはかかる重回帰分析の方法である。一般的な需要変化の要因としては所得を考えるのが普通であるから、上述の重回帰式は最も簡単な形としては、

$$D=a+bP+c\mu \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (1)$$

あるいは

$$D=a.P^{\alpha}.\mu^{\beta} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (1')$$

（但しいずれもμは所得、Pは価格を示す）

であらわされよう。特定財に対する需要変化の要因を取り入れるためにはさらに複雑な重回帰式を必要とする。右式

の意味は、それぞれ需要を価格及び所得に関して次のような函数関係にあるものと仮定し、これら二函数の合成式と考えるべきものである。

$$D=a'+bP,\ D=a''+c\mu \quad \cdots\cdots\cdots(2)$$

あるいは

$$D=a'P^{\alpha},\ D=a''\mu^{\beta} \quad \cdots\cdots\cdots(2')$$

このように個別の函数群を単一の重回帰式に合成する場合、次節で詳述するように、適用すべき式形について困難が伏在しているが、ただわれわれとしては、かくしてえられる結果が十分高い重相関係数をもつ場合、近似的な意味ではこれによつて需要函数が明らかにされたものと考えるわけである。前述したような経済模型に立つ限り、その妥当性は一応是認されてもよいであろう。

以上のように、蛛蛛の巣理論に基づくモデルを前提すれば経済諸関係の一部分を分離して解明することが可能であり、最小自乗法に基づく回帰分析が需要分析の用具として有力な意味をもつであろう。ただここで起つてくる疑問は前提となる模型そのものの妥当性についてのそれである。すなわち、前述した二つの模型において第三の方程式はいずれも需給均衡式として立てられているが、かかる均衡に至る価格運動のメカニズムがどこにも取り入れられていない。(B)体系が、蜘蛛の巣理論に基づく動態的な経済の実態を捉えることにおいて大きな進歩を遂げながら、しかもなお相互依存的な経済組織のモデルとしては不完全なものといわざるをえないゆえんである。ヘルマン・ウォルド(Herman Wold)[2]がサミュエルソン (P. A. Samuelson) に示唆されて、この点に対する改善を加えた模型は次のごとくである。

$$
(\mathrm{C})\begin{cases}
D=F\,(P_t)\,\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(\mathrm{i})\\
S=G\,(P_{t-1})\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(\mathrm{ii})\\
P_t=P_{t-1}+\gamma\,(D_{t-1}-S_{t-1})\cdots\cdots\cdots(\mathrm{iii})
\end{cases}
$$

さて経済模型をこのように前進させてくると、経済関係の一部を孤立的に解明しようとする従来の回帰分析の立場は再び困難に遭遇し、経済諸関係を体系的に把握しようとする構造分析の方向がここでも問題になつてくるのであるが、しかしさきにも述べたような理由で、少くとも現在の段階においては、最小自乗法に基づく回帰分析の改善によつてえられるその妥当性が、決してこれに劣るものとは考えられないのである。そして回帰分析発展の方向は、一つは確率変数項の附加による統計式の整備という点にみられているが、さらに全く別の角度からの発展としてビーン（L. Bean）の図式解法がある。本稿では主として後者を問題にしようと思うのであるが、先ずその前提として重回帰分析の実際適用面における問題点について簡単に述べておこう。

註（1） Henry L. Moore, *Economic Cycles, Their Law and Cause*, 1914.
（2） Herman Wold, *Demand Analysis*, 1952, 64pp.

二、重回帰分析の適用上の困難

経済模型の前進とともに回帰分析の方法論的限界が明るみに出てきた事情については前節で述べた。その統計理論的な問題点は前述したウォルドによれば、㈠回帰式選択の問題（すなわちいずれの変数を従属的地位におくかによつて異つ

た回帰関係が形造られる点)、㈡観察誤差（Observational errors）に基づくバイアス、㈢時系列データを用いることの合理性、㈣同時的関係に基因する困難（主として相互相関の問題）の四つに帰せられている。(1) 以上諸点についての立入った吟味は本稿では特に触れない。ただ、ウォルドが詳細な吟味の後に結論しているごとく、若干の理論的制約の下においてではあるが、需要分析としてもつ回帰分析の妥当性はかなり高く保たれていることを指摘しておこう。ここでわれわれが問題にしようとしているのは回帰分析の適用に関する実際的困難についてである。

前節でも述べたように、重回帰分析のもつ本来の意味は、(2)あるいは(2')のごときそれぞれ独立の函数群を(1)ないし(1')のような重回帰式に合成するところにあるが、しかし実際上は、われわれはあらかじめ個々の函数形を具体的に知ることは出来ないのであつて、あくまでも一つの仮設の上に立つて作業する以外に方法がない。想定された函数形が真実のそれといかなる関係にあるかを検証する手段ももたない。ただわれわれは、かくしてえられた結果が有意性をもつ程度の相関度を示した場合に、両者が近似的には等しいものと考えるに過ぎない。

第二の点はより基本的である。すなわち、二つ以上の函数を合成して一つの重回帰方程式を作ることが理論的に不可能な場合のあることとこれである。たとえば次のような函数群を考えてみよう。

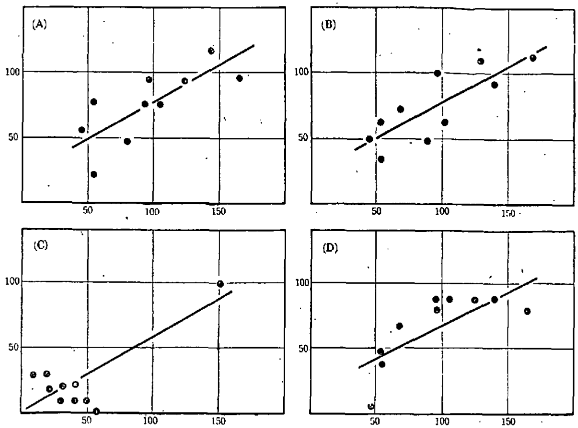
$$D=a'+bP,\ D=a''\mu^{\beta} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(3)$$

あるいは

$$D=a'P^{\alpha},\ D=a''+c\mu \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(3')$$

(3)ないし(3')を合成して一つの重回帰式を想定するとすれば、それぞれ

$$D=a+bP+\beta\log\mu \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(4)$$



第 1 図

$$D=a+\alpha\log P+c\mu \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(4')$$

であらわす以外に方法がないが、両者の間に理論的な関連がないことは一見して明らかである。すなわち、$D=a''\mu^{\beta}$, $D=a'P^{\alpha}$ はいずれも、$\log D=\log a''+\beta\log\mu$ $\log D=\log a'+\alpha\log P$ であらわすべきものであるに拘らず、(4)ないし(4')では全く違つた形に変形されているからである。

第三に、われわれが重回帰分析を行う場合にしばしば犯しやすい誤りであるが、不必要な独立変数の追加によつて起る表面的な相関係数の上昇という問題がある。すなわち、従属変数に対して殆ど説明要因となりえないような変数を無意味に追加した場合、しかもそれが多少とも他の独立変数と相互相関しているような場合は、回帰式全体の重相関係数は必然的に高まり、あたかもその変数の追加によつて真の函数関係に近づいたかのごとき誤解を生じさせることがある。このような誤謬は、偏相関理論の採用によつてある程度防げるものではあるが、し

かし本節のはじめに述べたような回帰分析の理論的な問題点とも関連して、その実際的適用の際に少なからぬ混乱と誤解を生じさせている。

上述の点のみに限らず数式的操作のみに頼る回帰分析が、これによってえられる係数的な結果を通じていかに実体とかけはなれた推論を与えるかは、ワーキング（E. J. Working）のあげている次の例(2)からも知られるであろう。すなわち、第一図に示すような四つの単純相関々係に等しく一次の回帰線をフィットさせた場合、数式的計算によってえられる標準偏差と相関係数とは殆ど同じ結果を示している。しかし本図を一見すればわかるように、これら四つの相関図はそれぞれ全く違つた関係を示すもので、実際はA及びD図には曲線型をあてはめるべきものであり、C図は特殊分散でなんら一定の傾向を示すものとはいえない。しかも数式的にえられた回帰分析の外面的な結果からは、このような実体を読み取ることは出来ないのである。もちろん本図のような単純相関の場合は、これを作図してみることによつてそれぞれの特質を明らかにしうるわけであるが、重回帰分析の場合はその混乱が特に大きいわけである。

さて、重回帰分析の実際的適用において生ずべき諸困難は、およそ以上のごとくであるが、本稿において特に問題にしようとする図式解法（Graphic Method）の発展は、上述のような実際的困難に対して重回帰分析の適用を容易ならしめようという意図から行なわれたものである。

註(1) ヘルマン・ウォルド前掲書、及びカール・フォックス (Karl Fox) *A Partial Listing of Regression Analysis for Farm Products, with comments on methodology,* 1950 を参照されたい。

(2) E. J. Working, Graphic Methods in Price Analysis, *Journal of Farm Economics,* XXI, Feb., 1939.

三、図式解法の原理と方法

図式解法の発展は周知のように、すでに一九二〇年代の当初にエゼキエル[1]（M. Ezekiel）によつて数式解法との折衷的方法として考案されたものから始まり、次いでビーン[2]によつて完全に数式解法から離れて完成されたものである。後述するように、ビーンの図式解法はその原理においてエゼキエルのそれとは全く独立した性格をもつているのであるが、しかしその着想の緒口はエゼキエルに負うているところが大きい。そこで本節ではまず、エゼキエルの方法について簡単に紹介したのち、ビーンの図式解法の解説に入ることにする。

（一） エゼキエルの折衷的図式解法

(イ) 方法。 この方法は前述したように数式解法と図式解法との併用である。まず、従属変数に対して影響を及ぼすと考えられる要素をいくつか想定し、次にこれら独立変数と従属変数との間の関係がいずれも一次であるという仮定の下に、最小自乗法によつて次のような重回帰式を立てる。

$$X_1=a+b_{12\cdot34}X_2+b_{13\cdot24}X_3+b_{14\cdot23}X_4 \cdots\cdots(5)$$

次に、本式の各独立変数にそれぞれ実際値を代入してX_1の推計値X_1'を算定し、残差（$Z=X_1-X_1'$）を各項について計測する。

第三の作業は、右の重回帰式をそれぞれ一つだけの独立変数を含む三個の単純回帰式に分解することである。そのための手段としては、たとえばX_2以外の独立変数すなわちX_3、X_4にそれぞれの平均値を代入することによつてX_2以外を常数化するのである。かくして初めの重回帰式は

$$X_1=b_{12\cdot34}X_2+a' \cdots\cdots(6)$$

$$X_1=b_{13\cdot24}X_3+a'' \quad\cdots\cdots\cdots(6')$$

$$X_1=b_{14\cdot23}X_4+a''' \quad\cdots\cdots\cdots(6'')$$

という三つの回帰式に分れる。

第四に、右の方程式に基づく各回帰線の周囲に先に計算した残差Zをプロットし、その分散状態をみて初めに設定した一次の回帰線に修正を加えより良くフィットする回帰線を画くわけであるが、直線では上記の(5)ないし(5″)式に基づくもの以上正確にこの関係を示すものがありえないことは明らかであるから、もしより正確なものがありとすればそれはなんらかの曲線であるに違いない。このようにして修正された回帰線が、X_1に対する各独立変数の影響をあらわす第一次近似になり、これを合成して生ずる非線型重回帰関係は、一応次のように定式化することができる。

$$X_1=f(X_2)+f'(X_3)+f''(X_4)+a \quad\cdots\cdots\cdots(7)$$

(7)式が前述した(5)式よりも良いフィットをもつているかどうかは、両者の相関度の強さを比較することによつて知るほかはない。(5)式の相関係数は周知の公式

$$R_{1\cdot234}=\sqrt{1-\frac{S^2_{\cdot1234}}{\sigma_1^{\,2}}}$$

を用いて直ちに計算できるけれども、(7)式のそれを求めるためにはまず本式を具体的に確定しなければならない。ところで、$f(X_2)$、$f'X_3$、$f''(X_4$、はそれぞれ図によつて与えられているから、(7)式を決定するためには結局常数項aを求めればよいということになる。エゼキエルは(7)式から逆に、各非線型回帰線に基づく推計値の平均をX_1の実際値の平均から控除するという方法、すなわち

$$a=AX_1-A\{f(X_2)+f'(X_3)+f''(X_4)\}\cdots\cdots\cdots(8)$$

から逆算しているのである。

さてこのようにしてえられた常数項を用いて$f(X_2)+f'(X_3)+f''(X_4)+a$の推計値を算定（$f(X_2)$、$f'(X_3)$、$f''(X_4)$の推計値はいうまでもなく図から読みとる）すれば、実際値からの残差（$Z'=X_1-X_1'$）が容易にえられることになる。かくして新しい非線型重回帰式の重相関指数（Multiple correlation index）は、一次の重回帰式における重相関係数と同様

$$\rho=\sqrt{1-\frac{S^2_{1\cdot 234}}{\sigma^2_1}}$$

によつて計算され、両者の比較が可能になるのである。修正された非線型重回帰式の重相関指数が（5）式の重相関係数よりも大きければ、（7）式の方が真実の回帰関係によりよくフィットしているということができる。そして相関度の上昇が満足しうる程度に行なわれなかつた場合は、修正が十分でなかつたものとみなしてさらに同様の手続きを繰り返し、もはや相関度がそれ以上高まらないところまで続けるのである。もしこのような修正過程を繰り返しても満足な相関がえられない場合は、最初に設定した一次の重回帰式が誤つていたということになるであろう。

(ロ) 批判。 結論的にいつてエゼキエルの方法は、その着想において非常に大きな功績を残したけれども、前節で述べたような最小自乗法だけに基づく回帰分析の行詰りを打開するという点では、必ずしも十分な効果をもちえなかつた。作業の手続きが極めて煩わしくて実用に適しないという点は暫く措くとしても、理論的にもこの方法は次のような幾つかの難点を含んでいる。

第一に、この分析方法において基本になるものはどこまでも最初に設定した一次の重回帰式であつて、図によつて行なわれる修正はその範囲内において直線を非線型に変えるに過ぎない。従つて、もし最初の式に含まれる独立変数に不必要なものがあつたり、または必要な変数が欠けていたりする場合、これによる誤差は決して除かれないのである。特に前節でも述べたように、不必要な変数が含まれることによつて見かけの相関が高まつているような場合にこれを検出する機能はもつていない。

第二は、最初の重回帰式に対して修正を加える場合の手続きが理論的根拠を欠いている点である。すなわち(5)式を分解してえた三つの回帰式(6)ないし(6'')を修正するに用いた残差Zは、実は各独立変数について生ずる残差の合計であつて、単にX_2、X_3、X_4のどれか一つだけについて生じたものではない。従つて、当初の重回帰式においてかりにX_3についての関係は正しいような場合、X_2及びX_4の関係から生じてくる全体の残差Zによつて等しく修正を受け、このためにかえつて真実の関係から遠ざかるような結果を来すことも考えられる。本来からいえば、(6)ないし(6'')の各回帰関係を修正するに用いる残差は、それぞれX_2、X_3及びX_4の一変数だけについて生ずるものでなければならないのであるが、それは求められないために上述のような妥協的方法を用いたのであろう。

第三の点は最も基本的である。すなわち、(5)式を分解して(6)ないし(6'')式を作る際、他の独立変数を平均値によつて常数化し、あるいは(7)式の常数項aを決定する場合X_1及び$f(X_2)+f''(X_3)+f'(X_4)$のそれぞれ平均値を用いているが、これらはいずれも理論的な根拠をもたない極めて便宜的な方法である。

以上述べたように、エゼキエルの方法は非線型関係を取り入れることによつて相関度を高めることに主眼をおいて考案されたものであるが、個々の独立変数についての純粋回帰関係——いいかえれば他の独立変数の影響から独立した関

係――を求めるという点で、必ずしも理論的な前進を示したものとはいいがたい。否むしろ、理論的な基礎においては純粋の数式解法に劣るともいえるであろう。

(二) ビーンの図式解法

(イ) 原理。　前述したようにビーンの図式解法は、その着想においてはエゼキエルの方法からヒントをえているのであるが、その拠つて立つている理論的基礎は前者と全く異る。図式解法の原理を簡単に示せば次のごとくである。

いまかりに、求めようとする真正の回帰関係が、

$$X_1=f(X_2)+f'(X_3)\cdots\cdots\cdots\cdots(9)$$

で完全に説明されるような性質のものであつたとする。そこでもし、X_1とX_2との間の純粋回帰関係を

$$X_1'=f(X_2)\cdots\cdots\cdots(10)$$

であらわすとすれば、(9)式は次のような形に書きかえられるであろう。

$$X_1=f(X_2)+Z\cdots\cdots\cdots\cdots(11)$$

さて(11)式における残差Zは当然X_3の変化によつて規定されるものであるが、かりにそれが

$$Z=f'(X_3)\cdots\cdots\cdots\cdots(12)$$

なる函数形であらわされるものとすれば、(11)及び(12)から(9)が合成されることは理論的に当然の帰結である。(11)式においてなお無視しえない残差が生ずるような場合は、さらに次々と別の変数を加えることによつて残差をどこまでも縮めてゆくことが理論的には可能である。また(11)ないし(12)のような函数は、必ずしも一次の関係にある必要はなく、どのように復雑な曲線をフィットすることも可能である。

さて上述のように、第一独立変数以外はすべて残差との関係として捉えられるために、以上の操作によつて明らかにされる純粋回帰関係は第一独立変数に関するもの、すなわち、$X_1' = f(X_2)$だけである。しかし第二、第三の独立変数に関する回帰式$X_1'' = f'(X_3)$, $X_1''' = f''(X_4)$も、作図の順序を交換することによつて求められることは容易に理解されるであろう。

図式解法における相関指数を計算するためには、エゼキエルにおいて取られているような復雑な手続きはなんら必要とせず、簡単に最終の図における残差から求めたS_z^2によつて算出することが出来る。なぜなら上述した図式解法の手続きをまとめて数式化すれば、

$$X_1 = f(X_2) + \overbrace{\{f'(X_3) + \overbrace{(f''(X_4) + Z'')}^{Z'}\}}^{Z} \cdots\cdots\cdots\cdots (13)$$

となり、かつZ''が最小なるごとく作図されているわけであるが、これは最小自乗法による数式解法において

$$Z = X_1 - (a + bX_2 + cX_3 + dX_4) = \text{minimum} \cdots\cdots (14)$$

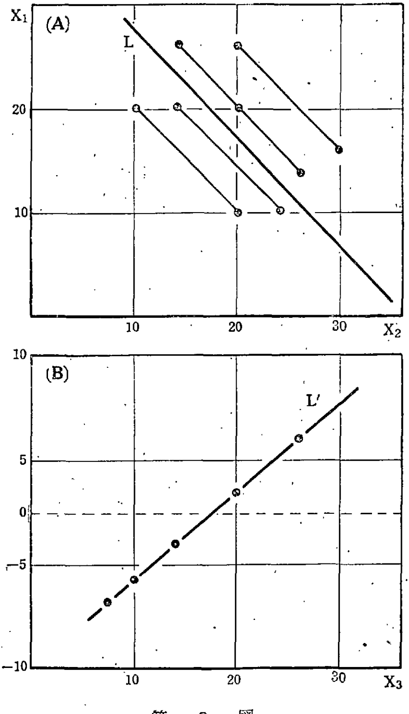
なるごとく式が立てられていることと全く同一の原理であり、従つて(14)式におけるZと(13)式のZ''とは同じ意味をもつからである。

次にビーンの図式解法がもつている原理的な特長を考えてみよう。最も基本的な着想は、総合的な重回帰関係と個個の函数関係との結びつけかたにある。すなわち、数式解法及びエゼキエルの解法ではいずれも個々の函数関係として、従属変数に対する各独立変数の関係を想定しているのに対して、図式解法では初めに一独立変数と従属変数との

関係を設定したのちは、次々と生ずる残差とその他の独立変数との関係として捉えているのである。図式解法においてはどのような函数形でも自在に取り入れうることが大きな特長とされているが、それを可能にしているのは普通考えられているように単にフリーハンドで作図するが故の技術的な利点だけではなく、上述のようなユニークな着想が理論的背景をなしているのである。前にも触れたように、個々の函数を重回帰式に総合しうるのは、すべてが一次の関係であるとか、あるいはすべての関係が対数直線であるとかいう偶然的な場合に限られており、形の異つたいくつかの函数が含まれるような場合一つの重回帰式への総合は困難な場合が多い。図式解法ではこの困難が極めて鮮かに打開されているのである。

第二に、数式解法では、個々の独立変数についての純粋回帰関係を求めることが厳密な意味では出来ない。その理由は、上述したような個々の函数関係と重回帰関係とを一致させることの、技術的な困難という点はもちろんであるが、より基本的に数式解法に基づく重回帰式は、あくまでも仮設された個々の函数型を前提として組立てられたものであり、従つて逆に、この重回帰式から推定される各函数も初めに仮設された形以外のものにはなりえないからである。エゼキエルはこの点の打開を試みたわけであるが、前にも述べたようにその方法は、$X_1=a'+bX_2+Z$, $X_1=a''+cX_3+Z'$, $X_1=a'''+dX_4+Z''$ においてZ、Z′、Z″をそれぞれ平均値によつて固定することによつて分解を可能にしたものであり、従つて $X'=a'+b_1X_2$, $X''_1=a''+cX_3$, $X'''_1=a'''+dX_4$ がそれぞれ真の純粋回帰関係たりうるという理論的な裏付けを全く欠いているのである。これに対して図式解法では、初めから一定の関係を想定することを行なわず、かつZ、Z′、をそれぞれ他の独立変数の函数たる地位におきながら全体の回帰式を決定しているために、真の純粋回帰関係を析出することが可能になつているのである。

(ロ) 作図法。　前項で述べた図式解法の原理に基づく作図法について説明しよう。まずわれわれは二枚の図を用意する。第二図のAとBとがこれである。次にA図にはX_1とX_2の関係をプロットしたB図にはA図において画かるべきX_1とX_2との間の純粋回帰線から測られるX_1の残差をX_3に対してプロットする。かく作図すれば、A図のもつ代数学的意味は$X_1=f(X_2)+Z$であり、B図のそれは$Z=f'(X_3)+Z_1$をあらわすことになる。従つてA図における純粋回帰線の画きかたは、当然B図のZ_1を最小ならしめるようにすればよいということになる。



第　2　図

以上のような作図を行うための実際的テクニックは次のごとくである。まずわれわれはA図に分散された各ドットを、X_3の値の近似したもの毎に分類してそれらを細線で結びつけ、次にこれらの細線が示す平均的な位置と方向に第一次近似としての回帰線Lを引く。この際、これら結合線の平均的勾配が全体としての点集団の示す勾配と喰い違つている場合が往々あるが、この場合回帰線は全体の点集団とは無関係に、結合線の平均的勾配に従つて画くことが望ましい。こうすればLはX_3の近似した諸点の示す回帰関係であるから、ここには一応X_3の影響はあまり及んでいないものと考えることができ、その限りにおいてX_1、X_2の純粋の関係であるといえる。さらにいいかえれば、上述の回帰線からの各ドットの残差はX_3の影響によつて生じたものであるといつてもよい。従つてかりに、X'に影響する独立変数がX_2、X_3の二つだけに限られているとすれば、B図においては完全に相関する回帰線L'が画かれ残差は消滅するに至るであろう。もしB図において大きな残差が生ずるようであれば、A図の回帰線Lの画きかたが正しくなかつたものと考え、B図の残差をさらにA図の上に写し取つてみてその分散状態によつてLを修正して第二近似線を画けばよい。このような手続きを繰返してゆくことによつて、結局B図の残差が与えられた条件の下では最小の値をとるようになり、そのようなB図に対応するA図の回帰線がX_1とX_2に関する純粋回帰関係をあらわすものである。B図の残差がも早これ以上小さくならない状態に至つてなおかつ相当の残差が生ずるようであれば、さらに第三の独立変数の影響が働いているものと考えて、B図の残差と第三独立変数との関係を示す三枚目の相関図を作ることが必要になる。新しい図のもつ代数学的意味が $Z'=f''(X_4)+Z''$ であることはいうまでもない。このように独立変数三つの場合は、作図の目標はZ''を最小ならしめることにあるから、必ずしもB図の残差は最小でなくてもよい。つまり回帰線の修正は三枚の図を通じて連関的に行なわなければならないのである。A・B両図を先に決定してしまつて、かくして生じ

たB図の残差をX'₁にプロットするというのでは図式解法の原理にもとることになる。このように独立変数を三つ取りかつ原理的に正しく作図しようとすると、二つの場合に比較してその操作が著しく複雑になる。四つ以上の独立変数を取ることは殆ど不可能といえるであろう。

(ハ) 評価。 上述したところからわかるように、図式解法の原理は基本的には最小自乗法に基づく回帰分析のそれと全く同一である。従つて最小自乗法に基づく回帰分析のもつている方法論的限界は、図式解法によつても打ち破りえないと一応考えることは当然である。ただわれわれは、従来回帰分析の方法として普通とり上げてきた数式解法において、回帰分析に内在する理論的困難が著しく誇張された形であらわれていることに注意しなければならない。たとえば、変数の転換による回帰係数の変化という問題を考えてみよう。各変数に若干の確率誤差が含まれかつその程度がそれぞれ相異なるような場合、どれを従属変数とみなすかによつて最小自乗法を用いて引かれる回帰線の方向に変化を生ずることは当然である。なぜなら、最小自乗法で残差を最小にするというのは従属変数の方向に最小にすることを意味するものであり、いずれの方向にも最小なるごとく引かれることは不可能だからである。しかしながらわれわれが常に経験するごとく、数式解法によつてえられるその喰い違いの程度はしばしば余りにも大きい。カール・フォックスの指摘している例によれば、一九二二年から四一年までの二〇カ年間における食糧品小売価格指数と一人当り可処分所得及び一人当り食糧消費高指数の三者について直線の重回帰式をあてはめた場合、食糧消費の価格弾力性は(一)〇・二五、食糧価格の消費量に対する感応性は(一)一・九九であつて、両者の関係は本来逆数たるべきであるにも拘らず相乗積が〇・五にしかならない。また筆者が次節で行つている小麦需要の分析を例に引けば、小麦の需要弾力性は(一)〇・七〇〇であるのに対してその価格感応性は(一)〇・三一五の値を示しており、両者の積は、〇・二二に過

ぎない。
ところで、数式解法によつて生ずるこのように大きなギャップが、果して回帰分析にとつて本来避けられないものであるかというと、それは恐らく誤つているであろう。なぜなら数式解法に基づくこのような混乱は、主としてフィットの不完全さに、また時としては独立変数の不正確な取り入れに帰せられるべきものであつて、決して回帰分析にとつて本質的なものではないからである。回帰分析が正しく適用された場合に生ずべき従属変数転換による差はしかく大きなものではない。図式解法はこの点について、不必要な混乱をさけて回帰分析の到達しうる最小のところまでその差を縮めることが出来るのである。その実証は、次節における小麦への適用例によつて示されるであろう。
さらに、数式解法によつて回帰分析を行おうとする場合の技術的な困難さが、図式解法において除かれうることについては既に述べた。かくして図式解法は、回帰分析の方法論的限界を超えるものではありえないとしても、数式解法の改善と進歩に対して大きな寄与をなしたものといえるであろう。
最後に、図式解法の難点として普通指摘されているところを検討しておこう。
第一に、フリーハンドで作図するために、結果に対して厳密な数字の上の同一性を保つことが出来ないという点があげられる。事実図式解法の結果をかりに数式化しようとすれば、かなり大雑把な計数を用いざるをえない。しかし数式解法による結果も、多くはかなり巾のある誤差範囲を伴うのが普通であるし、また経済分析の性質から考えても表面的な数字の精粗は必ずしも問うところではないであろう。
第二の難点は、前項でも述べたように、図式解法では取り扱いうる変数が技術的に限られており、四つ以上の独立変数を用いることが殆ど不可能だという点である。しかしこの点は数式解法においてもあまりに多くの独立変数を取

り入れることは、真の回帰関係を曖昧にする危険をもつものである。不必要な独立変数の導入によつて表面的な相関係数の高まる場合が多く、これが数式解法による結果に混乱を来す主要な原因となつていることは先にも指摘したとおりである。数式解法で高い相関度を示しながら、同一の変数を用いて図式解法では全く解けないような事例にわれわれはしばしば遭遇するが、その多くは前述のごとき独立変数選定上の混乱によるものであると思われる。

さて本節で述べ来つた点を要約して、図式解法は少くとも数式解法を適正に行うための補助手段として、さらに時としては数式解法では取り扱いえないような回帰関係の解明に対して、極めて有効な分析方法であると結論してよいのではなかろうか。

註(1) M. Ezekiel. A Method of Handling Curvilinear Correlation for Any Number of Variables, *Journal of American Statistical Association*, Vol. XIX, New Series No. 148, pp. 431~53, December 1924.

(2) L. H. Bean, A Simplified Method of Graphic Curvilinear Correlation, *Journal of American Statistical Association*, Vol. XXIV, New Serics No. 168, pp. 386~397. December 1929.

四　図式解法による需要分析の適用例

(一) 小変に対する適用

(イ) 数式解法による分析。　はじめにまず、最小自乗法に基づく回帰式を求めておこう。重回帰需要分析における独立変数としては、価格及び所得の二つをとることが理論的にも正しく、かつ最も普通に行われているところでもある。ところが周知のように、小麦の需要は非常に性格の異なつた内容を含んでいて、一方では正常財として所得の上

第1表　小麦消費量と小麦価格及び米価との関係

年次	一人当り小麦消費量	小麦価率	米価率	3カ年移動平均 一人当り小麦消費量	3カ年移動平均 小麦価率	3カ年移動平均 米価率	対数値 一人当り小麦消費量	対数値 小麦価率	対数値 米価率
	石								
大正 5年	0.095	0.890	0.752	—	—	—	—	—	—
6	0.106	1.045	0.837	0.113	0.984	0.871	$\bar{1}.9400$	$\bar{1}.9930$	0.0531
7	0.137	1.017	1.024	0.135	0.982	1.039	0.0165	$\bar{1}.9921$	0.1303
8	0.162	0.883	1.255	0.141	0.909	1.140	0.0569	$\bar{1}.9586$	0.1492
9	0.123	0.826	1.142	0.157	0.860	1.111	0.0457	$\bar{1}.9345$	0.1959
10	0.185	0.870	0.937	0.151	0.834	1.085	0.0355	$\bar{1}.9212$	0.1790
11	0.145	0.807	1.177	0.169	0.798	1.051	0.0216	$\bar{1}.9020$	0.2279
12	0.178	0.717	1.038	0.150	0.853	1.129	0.0526	$\bar{1}.9309$	0.1761
13	0.128	1.034	1.173	0.159	0.843	1.176	0.0705	$\bar{1}.9258$	0.2014
14	0.171	1.077	1.317	0.145	1.046	1.278	0.1066	0.0195	0.1614
昭和 1	0.136	1.027	1.344	0.150	1.044	1.335	0.1255	0.0187	0.1761
2	0.143	1.029	1.345	0.142	0.997	1.289	0.1103	$\bar{1}.9987$	0.1523
3	0.148	0.935	1.179	0.142	1.000	1.209	0.0823	0.0000	0.1523
4	0.134	1.037	1.102	0.141	0.940	1.169	0.0679	$\bar{1}.9731$	0.1492
5	0.140	0.858	1.226	0.144	0.917	1.111	0.0457	$\bar{1}.9624$	0.1584
6	0.158	0.856	1.004	0.134	0.926	1.118	0.0483	$\bar{1}.9666$	0.1271
7	0.104	1.063	1.125	0.130	0.982	1.045	0.0191	$\bar{1}.9921$	0.1139
8	0.127	1.027	1.005	0.121	1.033	1.105	0.0433	0.0140	0.0828
9	0.132	1.009	1.185	0.134	1.077	1.188	0.0749	0.0323	0.1271
10	0.142	1.195	1.373	0.134	1.152	1.295	0.1123	0.0615	0.1271
11	0.129	1.252	1.327	0.127	1.201	1.283	0.1082	0.0795	0.1083
12	0.110	1.157	1.148	0.110	1.234	1.218	0.0856	0.0913	0.0414
13	0.091	1.291	1.179	—	—	—	—	—	—

『食糧管理年報』による。

昇とともに需要も増大するが、他方では劣勢財として所得の上昇によつて需要は逆に減少する傾向をもつているために、需要の指標として所得をとることは不適当である。そこでここでは需要の強さを一応不変と仮定した上で、小麦消費量をそれ自体の価格、及び最も強い代替商品としての米価に対する変数として考える。すなわち、

$$D(w)=f\{P(w)\}+f'\{P(r)\}$$

とおくわけである。次に小麦消費量としては、輸移出入関係を算入した国内総供給量を総人口で除した一人当消費量をとり、また価格データとしてはそれぞれ小麦価率及び米価率をとることは、正常的な経済変動の影響を除去しようとする場合の慣用手段である。

さて以上の三変数について、大正五年から昭和十三年に至る二三カ年間のデータを示したものが第一表の二〜四欄である。次に米穀年度と小麦年度の食い違いや、価格変動が輸出入関係に響くまでの時間的ズレを調節するために三カ年ずつの移動平均をとり、えられた二一の年次項を第一表五〜七欄に示した。

以上のデータを用いて重回帰式を立てるわけであるが、最初に三変数に対しわれわれの経験的常識に従つて対数直線の関係をあてはめれば、

$$\log X_1=0.0102-0.7002\log X_2+0.3151\log X_3 \quad \cdots\cdots(15)$$

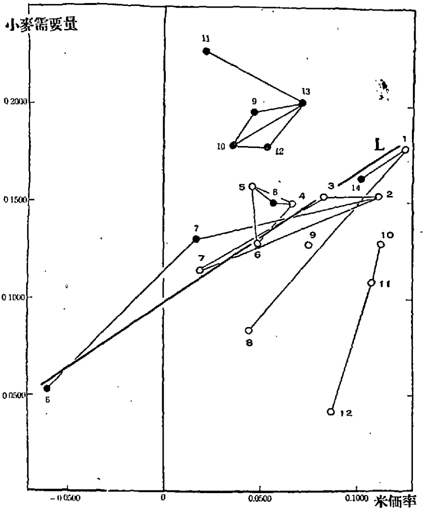
となり、重相関係数は比較的低く〇・六三八である。すなわち、小麦需要の価格弾力性は(−)〇・七〇〇二、同じく米価に対する連関弾力性は〇・三一五一の値を示しているのである。しかしこの結果が有意(significant)であるとするには相関度がやや低い。

次に従属変数の転換を行つて小麦価格をX_1とおいてみよう。求める重回帰式は次のごとくである。

$$\log X_1 = 0.0087 - 0.4990X_2 + 0.2891X_3 \cdots\cdots\cdots(16)$$

重相関係数は〇・六一三と殆ど前式の場合と同一の値を示しているが、小麦の消費と価格との間の回帰係数が非常に不安定な動きを示しているのである。すなわち、すでに前項でも触れたごとく小麦需要の価格弾力性と、同じく価格の消費に対する感応性とは本来逆数の関係になるべきであるに拘らず、前者の(一)〇・七〇〇二に対して後者は〇・三一五一であって、両者の相乗積は僅かに〇・二に過ぎない。両者の回帰係数が本来あるべき値から隔っていることは明らかである。

(ロ) 図式解法。 データはすべて第一表八〜十欄にしめした対数値を用いる。はじめにまず、小麦消費量を米価に対してプロットしてみる。第三図から線を除いた点分布だけの状態がこれである。一見してわかるように点分布は殆ど図上一ぱいに分散していて、なんら一定の傾向を示していない。ところが、一表第九欄

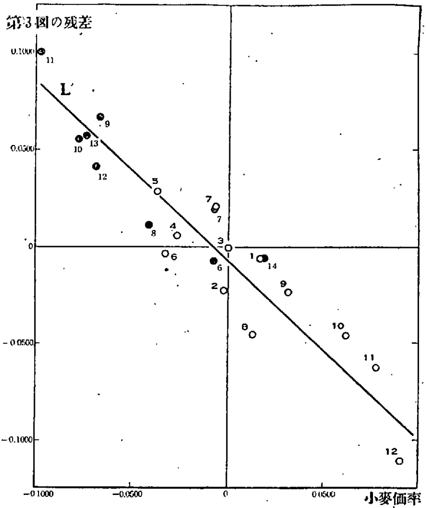


第3図 小麦の米価に対する連関需要曲線

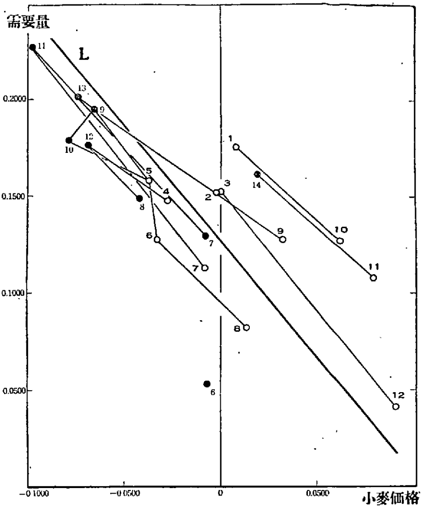
(黒点は大正，白点は昭和の年次を示す，以下第8図まで同じ。)

☞第9図以下は白点と黒点が逆なることに注意

に示した小麦価格についてほぼそれの相等しい年次をまとめてみると、（昭和十、十一、十二年）、（大正十四、昭和一、八年）、（大正六、七、昭和二、三、七年）、（大正八、昭和四、五、六年）、及び（大正九、十、十一、十二、十三年）の以上五組に大別することができる。そこでこれら各組毎に点を結びつけてみると、第三図（中央の太線はまだ画かれていない）の細線が示すごとく二、三の例外を除いて殆ど同一方向に走っていることがわかる。次に、これら結合線の平均的な位置と勾配をもつ回帰線Lを引き、これからの各ドットの残差を測定してこれを第三変数たる小麦価格に対してプロットする。第四図がこれである。この際前節で述べた作図法に従つて第四図における残差が最小なるごとくL及びL′を順次修正して決定するわけであるがその調節過程はここでは省略する。かくして決定された回帰線Lが、小麦の米価に対する連関需要曲線をあらわすわけである。第三図からその回帰係数を測定すれば、〇・六七で数式解法におけるそれが〇・三一五一（第15式参照）であるのと対比して著しい相違がみられる。



第４図　前図の残差と小麦価格との関係

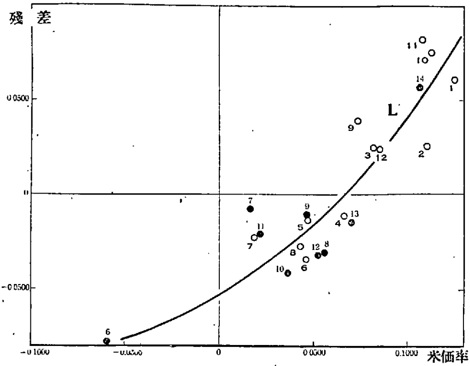


第5図　小麦需要曲線

次は小麦自体の価格に対する需要の弾力性を測定してみよう。前述したところと全く同一の手続きに従つて、まず小麦消費量と価格との関係を第五図にプロットし、その残差と米価との関係（第六図）が最小の誤差をもつごとく回帰線Lを決定すれば、Lが小麦の需要曲線をあらわすわけである。第五図に基づいて需要弾性値を測定するに、一・二一の値を示し、これまた数式解法の結果と著しく相違している。第六図における残差は第四図の場合と殆ど等しく、重相関指数は〇・八八七である。

次に図式解法の結果を検証する意味で、従属変数転換の影響を調べてみよう。第七図に小麦価格をY軸にとつて、消費量に対する関係をプロットし、そこにおける残差と米価率との関係（第八図）が最小の誤差をもつごとく回帰線Lを画けば、これが小麦価格に対する消費量の影響をあらわすわけであるが、その回帰数を図から読みとれば〇・八五である。

かくして、価格を従属変数にした場合の消費量に対する感応性係数とさきにえられた需要弾力性との積は一・〇三



第6図　前図の残差と米との関係

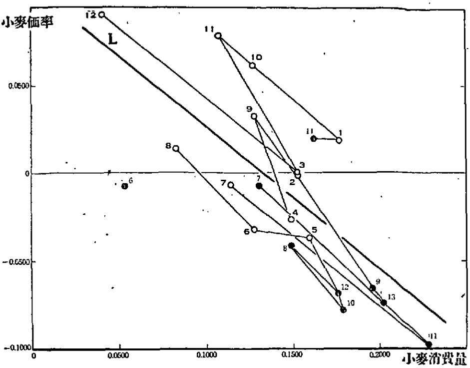
で、両者が殆ど完全な逆数の関係に立つていることがわかる。図式解法が示している高い相関度からみて、このような結果がえられたことはむしろ当然といえるであろう。数式解法にみられるこの点の混乱が果していかなる理由に帰せられるべきかは必ずしも明らかでないが、図式解法の結果により高い信頼性がおかれるべきことは、ほぼ結論してよいのではなかろうか。

(ハ) 若干の問題点。筆者はかつて、本分析とほぼ同一の期間について小麦需要を米価に対する小麦価格の比率を独立変数として単純回帰分析を行つたことがある。(1) すなわち、

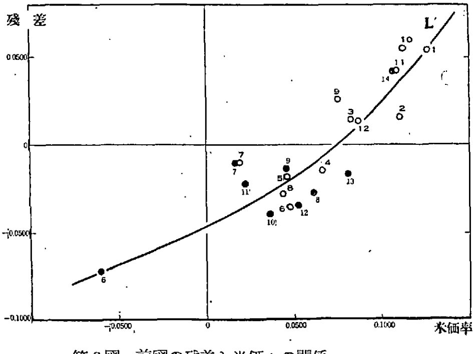
$$D(w)=a\left\{\frac{P(r)}{P(w)}\right\}^{\beta}$$

として移動平均的に七年間毎の弾力性係数βを求めたところ、第二表に示すごとくその値は時期的にかなり大きな変動を行なつていた。

本表の数値のうち大正十四〜昭和六年の期間は誤差が大きいので一応除いて考えると、βの値はほぼ時期的に逓降しているとみることができる。その経済的に意味あるところが何であるかは別問題として、小麦価格と米価とが小麦消費に対して及ぼす影響が終始同一でなかつたことはこれを認めなければならない。かくして、需要それ自体の変化が当然分



第7図　小麦価格の消費量に対する感応性



第8図　前図の残差と米価との関係

析の対象として視野に上らざるをえない。図式解法によると数式解法によるとにかかわらず、かかる需要変化の要因を、なんらかの指標によつて捉え来ることが、重回帰法による小麦需要分析の前進をもたらすことになるであろう。

第２表　小麦需要弾力性係数の時期的変化

年　　次	弾力性係数
大正 2〜　8年	−1.047
5〜　11	−1.157
8〜　14	−1.141
11〜昭和 3	−0.769
大正14〜昭和 6	−0.501
3〜 9	−0.891
5〜11	−0.653
7〜13	−0.816

(二) みかんに対する適用

(イ) 数式解法による結果。　国民一人当りみかん消費量を従属変数とし、価格及び所得を独立変数にとつて、小麦の場合と同じく対数直線回帰をあてはめてみた。分析期間は大正四年から昭和十四年までの二五ヵ年間、データは消費高及び単価については農林統計表の数字を基準とし、後者は昭和八年を基準としてデフレートしたものである。また需要変化の指標としての所得は、山田推計(2)による一人当り可処分国民所得を用いた。以上三系列の対数値を第三表に掲げた。価格データとして生産者価格をとつたことは需要分析の性質上不適当であるが、資料の関係上已むをえなかつた。もし中間経費が比較的リヂッドであるという前提に立てば、このデータに基づく需要の価格弾力性は卸売ないし小売価格に基づくそれに比較して多少過大にあらわれる筈である。

さて前表の数値を用いて最小自乗法に基づく重回帰式を立てれば、

$$\log X_1 = 0.0128 - 1.1345 \log X_2 + 0.3251 \log X_3 \cdots\cdots\cdots(17)$$

となる。すなわち、みかん需要の価格弾力性は(一)一・一三四五とかなり高い値を示しているが、同じく所得弾力性は〇・三二五一に過ぎず、この結果によればわれわれが果実に対して常識的にいだいていた superior goods たる性格

第3表　みかんの消費量と価格及び所得との関係

年次	一人当り消費量（A）	価格率（B）	一人当り実質所得（C）	対数値 一人当り消費量	価格率	一人当り実質所得
	貫					
大正 4	0.767	0.82	106.38	$\bar{1}.8848$	$\bar{1}.9138$	2.0270
5	1.048	0.63	81.65	0.0203	$\bar{1}.7993$	1.9120
6	0.481	0.92	86.09	$\bar{1}.6821$	$\bar{1}.9638$	1.9350
7	0.735	0.79	106.69	$\bar{1}.8663$	$\bar{1}.8976$	2.0282
8	0.891	0.72	96.24	$\bar{1}.9499$	$\bar{1}.8573$	1.9834
9	0.994	0.70	89.60	$\bar{1}.9974$	$\bar{1}.8451$	1.9523
10	0.899	0.90	119.44	$\bar{1}.9538$	$\bar{1}.9542$	2.0770
11	0.990	0.92	109.99	$\bar{1}.9956$	$\bar{1}.9638$	2.0414
12	0.917	0.99	101.56	$\bar{1}.9624$	$\bar{1}.9956$	2.0068
13	0.903	1.01	124.09	$\bar{1}.9557$	0.0043	2.0937
14	1.222	0.76	125.22	0.0871	$\bar{1}.8808$	2.0976
昭和 1	0.957	0.98	134.34	$\bar{1}.9809$	$\bar{1}.9912$	2.1281
2	1.175	0.87	142.12	0.0701	$\bar{1}.9395$	2.1526
3	1.104	1.03	138.91	0.0429	0.0128	2.1428
4	0.952	1.12	154.44	$\bar{1}.9786$	0.0492	2.1886
5	1.301	0.91	154.52	0.1142	$\bar{1}.9590$	2.1889
6	1.302	1.03	177.54	0.1145	0.0128	2.2492
7	1.211	1.11	179.88	0.0831	0.0453	2.2551
8	1.353	1.00	174.62	0.1313	0.0000	2.2420
9	1.047	1.06	176.28	0.0199	0.0253	2.2462
10	1.702	0.68	191.22	0.2309	$\bar{1}.8325$	2.2814
11	1.078	1.11	199.60	0.0327	0.0453	2.3002
12	1.642	0.69	192.15	0.2153	$\bar{1}.8388$	2.2837
13	1.291	1.04	217.84	0.1109	0.0170	2.3381
14	1.696	0.97	250.88	0.2295	$\bar{1}.9868$	2.3994

（A）　農林統計表による総生産量を内地総人口で除した商。
（B）　農林統計表による総生産額を総生産量で除した商を，日銀卸売一般物価指数でデフレートしたもの。
（C）　山田推計による国民一人当り可処分所得を，一般物価指数でデフレートしたもの。

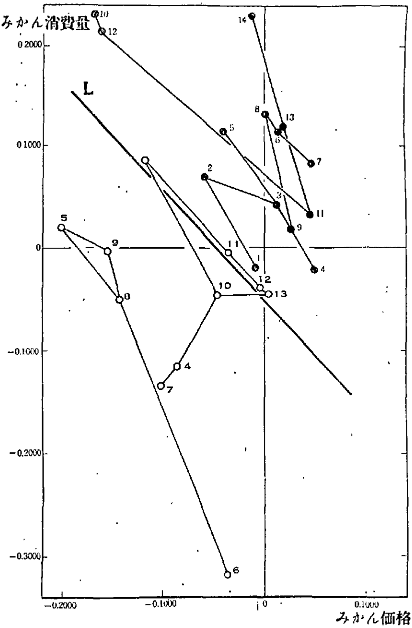
は存外強くないようにみえる。

次に変数の交換を行い、価格を従属変数において計算すれば次式のごとくである。

$$\log X_1=0.0079-0.7188\log X_2+0.3536\log X_3 \quad \cdots\cdots(18)$$

(17)及び(18)式からえられる価格と消費量との間の回帰系数の積は〇・八二で、変数の転換による変動はそれ程大きくあらわれていない。また重相関係数も(17)式で〇・九五〇、(18)式では〇・九五五という極めて高い値を示しており、いずれの点からみても前述した小麦の場合に比較して数式解法がかなり高い信頼性を持つであろうことが想像されるのである。さてそれならば図式解法による結果はどうであろうか。

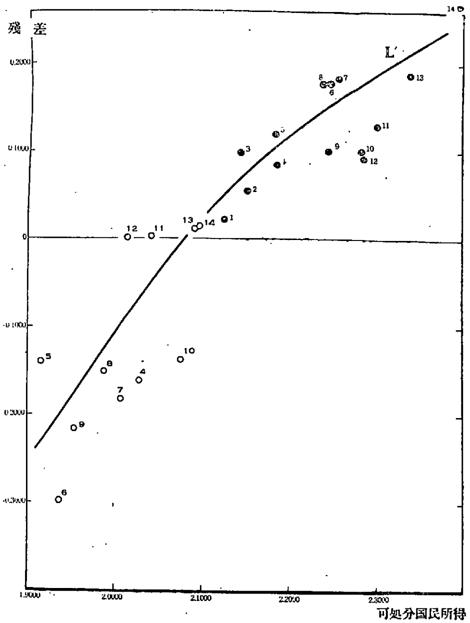
図式解法。数式解法と同一の変数を用いて作図すれば需要曲線は第九図のごとく対数直線回帰を示し、その残差を所得に対してプロットした第一〇図の分散から重相関指数を測定すれば約〇・八九を示し、数式解法の場合に比較してやや落ちるが、もとより有意性は十分である。第九図から弾力性係数を測定すると(一)一・一八で、これも数



第9図　みかんの需要曲線

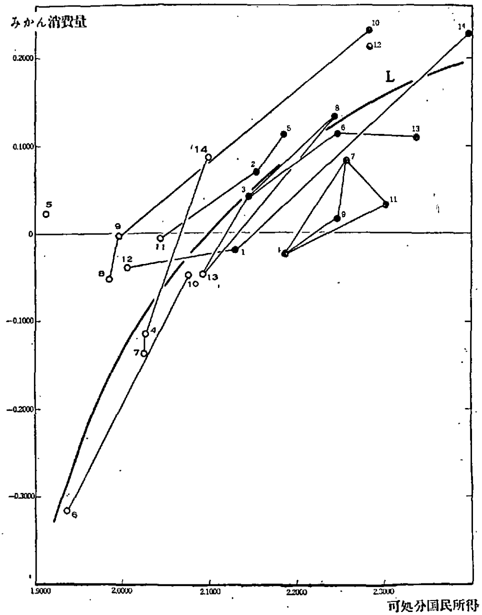
（白点は大正，黒点は昭和の年次を示す，以下第14図まで同じ。）

式解法の結果と極めて類似している。ただ独立変数の順序を替えて所得弾力性を示す曲線を作図してみると、第一一図のごとく上方に凸、すなわち、普通目盛りでほぼ直線型をなすであろうようなカーブを示している。その値は、全期間を通ずる平均的弾性値としてはほぼ一であるが、所得の上昇とともに次第に低下して遂には〇・五程度にまでいたる。価格弾力性も所得弾力性もともに対数直線と考えられている数式解法のモデルに対して、図式解法において示さ



第10図　前図の残差と所得との関係

れた右の結果は、第一に弾性値の不定という点において、第二に平均的弾性値が数式解法の場合よりもかなり高いという点で基本的な相違を示している。いずれのモデルが正しいかはにわかに結論出来ないけれども、みかんのように大衆化が比較的速かに進んだ商品の性格としては、図式解法においてみられるような所得の上昇につれて弾性値の鈍化することを示す曲線型の方が、われわれの経済的常識にはよりよく合致するであろう。また所得弾力性の値についても、数式解法で示された〇・三二という計数は、比較的大衆化しているとはいえ嗜好品として余りに低いように思われる。この点については、大川一司氏が戦前の家計費調査からクロスセクションで分析された都市における菓子及び果物の所得弾性が、〇・六ないし〇・八の値を示していたことと考え併されたい[3]。



第11図　みかん需要の所得弾力性

以上を要約して、数式解法と図式解法との差は所得との関連におけるかなり大きな違いとしてあらわれてはいるが、しかし全体としてみれば前述した小麦の場合に比較して両者の相違はそれほどひどくはない。数式解法による結果の信頼性が、ある程度は図式解法によつても確かめられたものと考えてよかろう。

（三）りんごに対する適用

例により数式解法から初める。データの取り方はみかんの場合と全く同様である（第四表）。本例においては試みに一次の回帰式を想定してみた。但し図式解法の場合を考慮して、データはすべて昭和八年基準の指数形式に変形したものを用いる。一人当り消費量指数をX_1、実質価格指数をX_2、一人当り可処分国民所得指数をX_3とすれば、回帰式は

第4表　りんごの一人当り消費量と価格との間の関係

年　次	一人当り消費量指数	価格指数	所得指数
大正 4	36	98	61
5	46	78	47
6	49	77	49
7	33	119	61
8	29	119	55
9	38	102	51
10	35	157	68
11	82	81	63
12	37	147	58
13	49	121	71
14	70	106	72
昭和 1	117	59	77
2	85	83	81
3	108	88	80
4	109	78	88
5	114	73	88
6	82	86	102
7	107	79	103
8	100	100	100
9	141	73	101
10	167	71	110
11	125	97	114
12	159	83	110
13	186	100	125
14	210	115	144

出典は第3表と同様。

$$X_1 = 5.5140 - 0.6887\,X_2 + 0.6456\,X_3$$

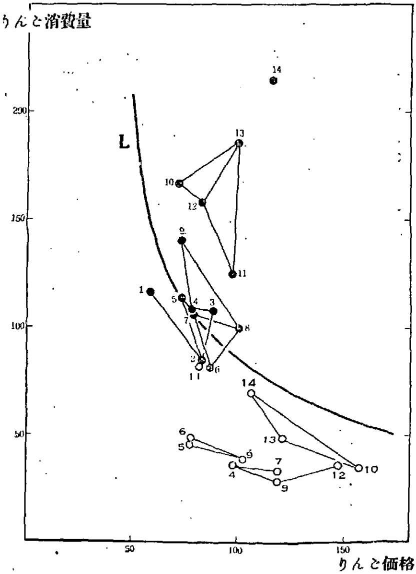
で、その重相関係数は〇・七五〇である。みかんの場合に比較して大分相関度が低い。

そこでこれを図式解法で解いてみると、需要曲線は第一二図のような曲線になるがこれはほぼ対数直線と考えられ、その弾力性は(一)一・二六の一定値をもつことがわかる。本図の残差と所得との関係は第一三図に示される。次に独立変数を交換して所得曲線を作図すれば第一四図のごとくなり、平均弾性値は約一・五に及ぶ高い値を示しているが、その曲線型はみかんの場合と同じく所得の高いほど弾性値の鈍る型を示している。すなわち商品的性格においてはみかんに類似しているがしかし全体としてより高い所得弾力性を示しているのがりんごの特質といえよう。本例においては、数式解法の結果は著しく図式解法のそれと喰い違つているが、その原因は主として前者におけるフィットの不完全さに帰せられるであろう。

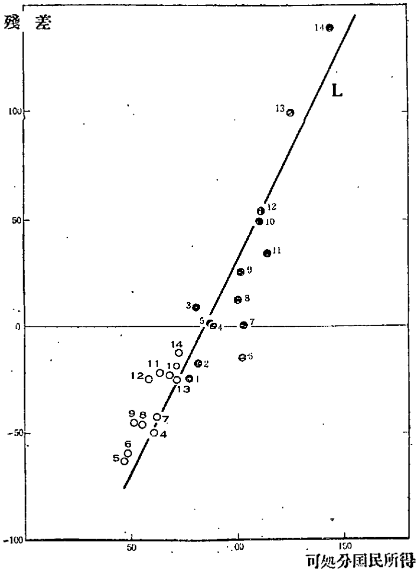
註(1) 拙稿「戦前における小麦需要構造の研究」(『農業総合研究』第四巻、臨時増刊号所載)を参照されたい。
(2) 山田雄三『国民所得推計資料』。
(3) 大川一司『食糧経済の理論と計測』四九頁。

五、残された問題点

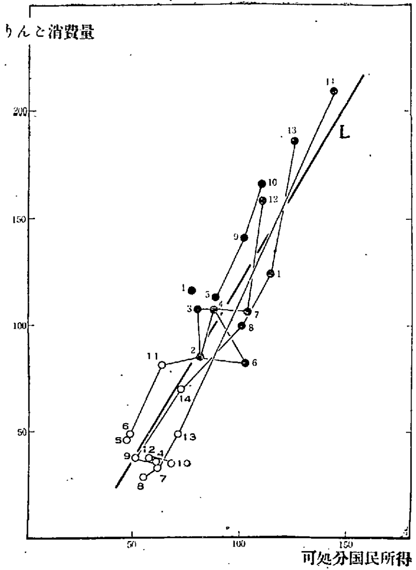
第三節までのところにおいて、筆者は図式解法と数式解法とが同一の原理に立ちながら、前者の方がその原理を貫くのに技術的優位性を具えているのだという一応の前提で立論してきた。しかしながら前節で示した実際例、特に小麦の場合のそれについてみられるように、ほぼ相等しいモデルの上に立つて行いながら、数式解法と図式解法との結果があまりにも喰い違つていることに強い疑問を残さざるをえない。両者の間になんらか質的な差があるのではなかろうかという疑問を一応は提出しても、必ずしも失当とはいえないであろう。そこで再び、最小自乗法に基づく回帰分析にまつわる統計理論的な問題点を振り返つてみよう。観察誤差に基づくバイアスと、時系列データを用いることによる難点とが、いずれの解法においても同一の意味をもつであろうことはいうまでもない。従属変数の転換による変化が、図式解法においては極めて僅かであるのに対して数式解法では時として極端に激しいことは前節でも述べたとおりで、この点に両者の基本



第12図　りんごの需要曲線



第13図　前図の残差と所得との関係



第14図　りんご需要の所得曲線

的な差異が潜んでいるように思われるが、かような結果をもたらした原因についてはここになんらか断定を下すほどの材料をもたない。ただ筆者の大胆な推論を述べるならば、独立変数の間に程度の異なる相互相関が存在し、その作用によつて各変数の偏回帰係数が本来の関係を多少とも相殺された形で出ており、かつ変数の交換によつてその相殺される程度がそれぞれ相異ることによるのではなかろうか。すなわち、図式解法においてはかかる相互相関が排除されるという仮定がこれである。変数交換による変動の著しいような場合、常に偏回帰係数が図式解法よりも過少に出ていることも、上述の論点に対する一つの裏付けと考えられないであろうか。

もし以上の推論が正しいと仮定するならば、図式解法は数式解法に対して単に技術的優位性をもつだけにとどまらず、数式解法の行き詰りに対する基本的な前進を意味することにもなるであろう。しかし本論点に対する数学的証明は、今後の課題として残さなければならない。

（研究員）