NOTE

産業部門の動態化に関するノート

唯是康彦

産業連関論は理論と実証とを統一した秀れた分析方法であるが、これの動態化は今のところその統一を完成していると言うことはできない(1)。以下に述べるところも理論の一方的な追求であるが、特にこのノートで注意していただきたいのは次の二点である。

一、動態化された産業連関論とハロッド体系との関係。これについてはハロッド体系は各産業部門の資本構成ないし資本係数が全部相等しいときにのみ成立することが証明された。

二、動態化された産業連関論と大川一司著『農業の経済分析』との比較。ここでは構造係数の吟味が主題となつたが、更に部門分割による貯蓄・投資均等関係の成長式が動態化された産業連関論と関係づけられた。

したがつて、このノートにおいては生産係数や資本係数の安定性の問題とか、農業部門の場合には特にそれ等の係数がいかように分布するかといつた種類の問題は一切無視された。

また、ここでの動態化は産出量ないし価値額のそれであつて、価格のそれではない。価格の側面にも適当なファクターを導入して動態化し、産出量のそれと共に産業連関論における、いわゆるDualを完結することは可能であるが、ここでは取り扱わなかつた。予めお断りしておく。

註(1) しかし、かかる統一が全く行われていないと言うのではない。日本の場合でも例えば市村真一著『日本経済の構造』第七章以下のような試みがなされている。

一

(一) 先ず産業連関論の静態の場合から説明していこう。第i番目の産業の産出額をX_iとし(1)、これが悉く販売し尽されるものと考え、そのうち第j番目の産業へ販売された部分をx_{ij}、家計部門に販売された部分をx_{i0}としよう。すると、産出額の需要・供給の均衡関係は次の連立方程式によつて現わすことができる。

$$(\mathrm{I})\quad X_i = x_{i0} + \sum_{j=1}^{n} x_{ij} \qquad (i=1,2,\cdots n)$$

他方、第j番目の産業は第i番目の産業から購入した部分を

自己の生産物を生産するために生産のプロセスに投入する。今、各産業とも、単一の生産物を産出し、しかもその生産が各々その時の条件のもとで最も適正な唯一種のプロセスに依存しているものとしよう。更にこうして決つたプロセスが線型であると仮定するならば、第 j 番目の産業の産出量と第 i 番目の産業からの投入量との間には一定の比例関係 $x_{ij}=a_{ij}X_j$ が技術的に可能であろう。a_{ij} を生産係数という。故に(1)式は次のように書き改めることができる。

(2)　$X_i = x_{i0}+\sum_{j=1}^{n} a_{ij}X_j \qquad (i=1,2,\cdots n)$

家計部門を労働並びに企業者用役の供給源と考え、その第 j 番目の産業への販売額を x_{0j} とすると、ここでも技術的比例関係は可能であるから、家計部門の販売した全用役 X_0 は

(3)　$X_0=\sum_{j=1}^{n} x_{0j}=\sum_{j=1}^{n} a_{0j}X_j$

と現わされる。

そこで、更に一歩を進めて、家計部門が他部門から購入した産出物は、労働並びに企業者用役を産出するための投入物であると仮定して、即ち家計部門を第0番目の産業部門と見做して、家計の全用役 X_0 と産業部門からの購入額 x_{i0} との間にも $x_{i0}=a_{i0}X_0$ という比例関係を認めるならば、(2)式と(3)式は合して

(4)　$X_i=\sum_{j=0}^{n} a_{ij}X_j \qquad (i=0,1,\cdots n)$

と一括される。

クロネッカーのデルタを δ_{ij} で示せば、$|\delta_{ij}-a_{ij}|=0$ となり、勿論、解は存在するが、a_{ij} が非負（正か零）であるから、その固有値と固有ヴェクトルの関係によつて、フロベニウスの定理により[2]、正値の解が保証され、経済学的にも意味のある各産業部門の均衡産出量が(4)式より獲得されるわけである。

もし、家計部門を一産業部門と看做すことがどうしても不可能ならば、(2)式において投入係数の行列を A、単位行列を I、産出量の列ヴェクトルを X、家計消費の列ヴェクトルを x_0 とすると

(5)　$X=(I-A)^{-1}x_0$

サイモン・ホーキンズの正値条件から、A の固有値 $|\lambda|<1$ なる場合に $(I-A)^{-1}>0$ が保証され、$x_0 \geqq 0$ より $X \geqq 0$ が約束される。更に $|\lambda|<1$ の条件は安定条件と関連して、メッラーの定理ないしブラウア・ソローの定理が明かにするところであるが、ここでは省略する。

(二)　ところで、以上によつて得られた均衡値はあくまでも長期均衡ないし静態均衡の値である。なぜならば、そこでは収支均等の費用法則の成立が前提されているからである。貯蓄及び投

資の概念が介入して来たならば、費用法則は破られ、したがつて均衡も短期化し、一時的なものとならなければならない。レオチェフ自身、この点の追求をなしているが[3]、差し当つては投資を体系の外生(独立)部門として処理するのが最も妥当なように思われる。即ち、第i番目の産業の産出額X_iのうち第j番目の産業へ販売される部分は内容としては経常的な生産に功献するために投入される部分と将来の生産に備えて投資される部分k_{ij}とから成り立つている。したがつて全体としては次のようになる。

(6)　$X_i = \sum_{j=0}^{n} x_{ij} + \sum_{j=0}^{n} k_{ij}$　$(i=0,1,\cdots n)$

通常社会会計的に家計部門は投資をしないものとし、また労働並びに企業者用役のストックはないものとすることができる。つまり$k_{i0}=k_{0j}=0$ $(i,j=0,1,\cdots n)$。

以前と同様、$x_{ij}=a_{ij}X_j$という比例関係を前提すると、

(7)　$X_i = \sum_{j=0}^{n} a_{ij} X_j + \sum_{j=0}^{n} k_{ij}$　$(i=0,1,\cdots n)$

kを$\sum_{j=0}^{n} k_{ij}$の列ヴェクトルとし、その他を(5)式の記号に一致させると(勿論、家計部門の分だけ次数は一次高いが)、(7)式より

(8)　$X=(I-A)^{-1}k$

となつて、産出額の短期的ないし一時的均衡が求められるが、(8)式は形式的には(5)式と全く同じであり、理論的・実証的に体系の中に取り入れられない外生因子がある場合には常にこの方式によることが示唆されている訳である。即ち政府とか外国貿易といつた部門も通常はx_0或はkといつた位置におかれることが現実的処置となろう。(4)式の封鎖体系 closed system に対して、(5)・(8)式は開放体系 open system と呼ばれる[4]。

(三)　さて、産業連関論を動態化しようという問題は所詮、既述の投資を外生部門から内生部門に取り込もうとする努力にほかならない。しかし、これに入るに先立つて、産業連関論とケインズ体系[5]とを関係づけておくことは、後に動態化された産業連関論とハロッド体系との関係を論ずる上から言つて是非、必要である。

今、(7)式において、特に家計部門を分離して示すと、

$$X_i = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} X_j + a_{i0} X_0 + \sum_{j=1}^{n} k_{ij} \qquad (i=0,1,\cdots n)$$

これを辺々、相加えると、

(9)　$\sum_{i=1}^{n} X_i + X_0 = \sum_{i=0}^{n}\sum_{j=1}^{n} a_{ij} X_j + \sum_{i=1}^{n} a_{i0} X_0 + \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} k_{ij}$

ここで、シグマは順序を変えても構わないから、右辺の第一項は$\sum_{j=1}^{n}\left(\sum_{i=0}^{n} a_{ij}\right)X_j$となる。しかるに貨幣ベースによる生産係数の列和は家計部門を除いて1である。なぜなら、

$$a_{0j}+a_{1j}+\cdots a_{nj}=\frac{1}{X_j}(x_{0j}+x_{1j}+\cdots x_{nj})$$

において、意外の利潤や損失を認めないなら、産出額はその産業が投入した費用にちようど見合う筈である。つまり、$X_j = x_{0j}+x_{1j}+\cdots+x_{nj}$ したがつて

$$a_{0j}+a_{1j}+\cdots a_{nj}=1$$

かくして、(9)式の右辺第一項は $\sum_{j=1}^{n} X_j$ となり、左辺第一項の $\sum_{i=1}^{n} X_i$ と対応するから、(9)式は次のように整理される。

$$(10)\quad X_0=\sum_{i=1}^{n} a_{i0}X_0+\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} k_{ij}$$

この式で左辺の X_0 は労働並びに企業者用役を販売することによつて得られた収入であるから、国民所得であり、右辺の第一項は家計部門が他産業の生産物を購入した額であるから、消費に該当し、第二項は各産業部門の投資額の合計であるから、正に投資そのものである。ケインズ体系の通常の記号を用いれば(10)式からケインズ体系の基本方程式 $Y=C+I$ が得られたわけである。更に消費性向を α、基礎消費を β とし、消費函数が線型であると、つまり $C=\alpha Y+\beta$ とすると、乗数理論として

$$Y=(1-\alpha)^{-1}\cdot(I+\beta)$$

が得られる。この式は(8)式と較べて、一方がスカラーであり、他方が行列である点を除けば形式的には完全に一致する。産業運関論における $(I-A)^{-1}$ はケインズ体系における乗数に当たると言うことができよう。なお、

$$\sum_{i=1}^{n} a_{i0}X_0=C=\alpha Y+\beta$$

であるから、基礎消費が零なら、

$$(11)\quad \sum_{i=1}^{n} a_{i0}=\alpha<1$$

となるであろう。

註（1）X を実物ベースで示すか、貨幣ベースで示すかによつて、生産係数は異つてくるが、固有値は等しいので、いずれの場合にでも以下の議論は妥当する。しかし、後との関連で一応、貨幣ベースを考えていくことにする。

（2）フロベニウス、メッラー、ブラウアー・ソロー、サイモン・ホプキンズの諸定理に関しては森嶋通夫著『産業連関論と経済変動』の「B・レオンチェフ体系の数学理論」及びそこに挙つている文献を参照。

（3）W. W. Leontief, "*The Structure of American Economy*, 1919–1939" (New Yook, 1951）の四二頁以下（初版の部分）においては、貯蓄はともかくとして、投資の取り扱いに関しては理論的にも実証的にも首肯し難い前提を立てた。

（4）周知のように前掲書において、レオンチェフは初め封鎖体系より出発し（初版、一九四一年）、後に開放体系を取り入れた（再版、一九五一年）。

（5）J. M. Keynes, "*Generel Theory of Employment,* "Interest and money," (London, 1936)。

二

㈠　通常、国民経済の全体の単一な動態化は乗数理論と加速度原理の結合から遂行されているが、産業連関論における乗数理論的ファクターは既に見出されたのであるから、加速度原理の導入が産業連関論の動態化を完成してくれるものと思われる。かかる思想が外生部門として放置されていた投資の内生部門化を促す。[1] つまり、第j番目の産業の資本存在量のうち、これまで第i番目の産業から購入したものの全体を K_{ij} で現わすと、

$$K_{ij}=b_{ij}X_j \qquad (i,j=0,\cdots,n)$$

ここに b_{ij} は資本係数である。この線型関係が時間的に連続であるとすれば、

(12)　$$dK_{ij}/dt=b_{ij}dX_j/dt \qquad (i,j=0,\cdots,n)$$

しかるに、左辺第一項は資本存在量の増分であるから、第j番目の産業が当期間に第i番目の産業より投資として購入した部分である。

(13)　$$k_{ij}=b_{ij}\dot{X}_j \qquad (i,j=0,\cdots,n)$$

勿論、この場合も資本の需要が均衡し、ストック計画が充足しているということが仮定されて始めて(13)式は成立する。したがつて、(13)式を(7)式に代入して得られる連立微分方程式

(14)　$$X_i=\sum_{j=0}^{n}a_{ij}X+\sum_{j=0}^{n}b_{ij}\dot{X}_{ij} \qquad (i=0,\cdots,n)$$

の解も時間の経過と共に変化する産出量の均衡経路を示すにほかならない。

資本係数 b_{ij} の行列をBで示すと、(14)式は

(15)　$$(I-A)X=B\dot{X}$$

また、(5)式のように家計部門を外生化しておくと、

(16)　$$(I-A)X=B\dot{X}+x_0$$

今、λをスカラー量、第i番目の産業の産出額の全体におけるウエイトを h_i $(i=0,\cdots,n)$、その列ヴェクトルをHとし、微分方程式の解法の定石に従つて、

$$X=He^{\lambda t}$$

とおくと、

$$\dot{H}=\lambda He^{\lambda t}$$

これ等を(15)式に代入し、$e^{\lambda t}\neq 0$で整理して、

(17)　$$[(I-A)-\lambda B]H=0$$

$H\neq 0$として、

$$|I-A-\lambda B|=0$$

これから実根または虚根のλが得られる。$\lambda=\lambda_s$ が求められたとすると、これから $\{h_{0s}:h_{1s}:\cdots:h_{ns}\}$ が求められる。この列ヴェクトルを H_s とすると、(15)式の特解は

$X=H_s e^{\lambda_s t}$

故に一般解は、初期条件によつて決定されるところの常数を C_s とすると、次のようになる。

(18) $X=\sum_{s=0}^{n} C_s H_s e^{\lambda_s t}$

$X_i=C_0h_{i0}e^{\lambda_0 t}+C_1h_{i1}e^{\lambda_1 t}+\cdots\cdots C_nh_{in}e^{\lambda_n t}\quad(i=0,\cdots,n)$

これが各部門産出額の動態経路である。今、時間が無限に経過した場合について考えてみよう。その時、各産出額は $e^{\lambda t}$ の大きさによつて、したがつて λ の大きさによつて決定される。λ の根のうちで最大のものを含む項が他の項を圧倒して産出額の大いさを支配することになる。その λ の根を λ_m とすると、λ_m が実根ならば

$$\lim_{t\to\infty} X=\lim_{t\to\infty} C_m H_m e^{\lambda_m t}$$

したがつて第 i 部門の成長率は

$$\lim_{t\to\infty} \dot{X}_i/X_i=\lim_{t\to\infty} \lambda_m C_{im} h_{im} e^{\lambda_m t}/C_{im} h_{im} e^{\lambda_m t}=\lambda_m$$

更に産業間の産出額比率は、例えば第 i 及び第 j 部門において

$$\lim_{t\to\infty} X_i/X_j=\lim_{t\to\infty} C_m h_{im} e^{\lambda_m t}/\lim_{t\to\infty} C_m h_{jm} e^{\lambda_m t}=h_{im}/h_{jm}$$

となる。しかも λ_m が正なら体系は一様に拡大して行き、λ_m が負なら体系は一様に縮小して行く。

λ_m が共軛複素数の場合には $\lambda_m=\alpha_m+i\omega_m$ 及び $\lambda_m=\alpha_m-i\omega_m$ であるから、

$$\lim_{t\to\infty} X=\lim_{t\to\infty} C_m H_m e^{\alpha_m t}\cos(\omega_m t-\varepsilon)$$

体系は $2\pi/\omega_m$ の周期で循環しつつ、α_m の大きさによつて拡大ないし縮小する。

しかし、もつと短い期間の成長について見られるなば、λ そのものの値よりは初期条件 C や産業間のウェイト H の方が各産業の成長には重要な意味を持ち、その結果、単一の成長率に全産業が統一されるということは容易に見られない。けれども、各産業がバランスをとつて均一に成長していくことが全体としては最も有効であることは証明されているところである。[2]

次に開放体系についてであるが、この場合には最終需要の成長率と同型の成長率をもつ X の特解が、封鎖体系に附加さ る ことになる。例えば G を消費額の産業間ウェイトの列ヴェクトルとして、

$$x_0=Ge^{\mu t}$$

であつたとすると、(16)式の一般解は

(19) $X=\sum_{s=0}^{n} A_s H_s e^{\lambda_s t}+We^{\mu t}$

但し、ここに $W=(I-A-\mu B)^{-1}g\neq0$ である。

つまり、体系は最終需要と同型の成長率 μ をもつた産出額経

路の周りを⒂式の解と同様に一様に拡大し、或は縮小し、また循環運動を示すのである。

(二) さて、成長率λの性格について考えてみよう。先の微分方程式解法中における⒄式は $|B|\neq 0$ とすると次のように書き改められる。

$$[B^{-1}(I-A)-\lambda I]H=0 \tag{20}$$

したがつて成長率λは H を固有ヴェクトルとする行列 $B^{-1}(I-A)$ の固有値であることが示された。この行列をフロベニウスの定理から検討し、経済的に意味のある H と結びつくλの探究、並びにそれによつて与えられる均衡径路の安定性の探究という問題があるが、ここでは触れないでおく。(3) それよりも、行列 $B^{-1}(I-A)$ の意味に注目してみるならば、これは資本係数の逆行列と産業連関論的乗数の逆行列との積である。しかるに、ハロッドが定義した成長率は、(4)

$$G=C^{-1}\cdot S \tag{21}$$

である。ここ S には貯蓄性向、即ちケインズ的乗数の逆数であり、C^{-1} は資本係数の逆数である。故に産業連関論を動態化したことによつて得られる成長率λとハロッド体系における成長率 G とは形式的に類似していることは明かである。

しかし、かかる類似性のみに留らず、更に内容的関係を求めてみるならば、既にケインズ体系との関係において、⑾式より

$$S=1-\alpha=1-\sum_{i=1}^{n}a_{i0} \tag{22}$$

が得られる。

次に資本係数 C は

$$C=I/\dot{Y}$$

で、I 並びに $\dot{Y}$ はこれまたケインズ体系の関係から、

$$I=\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}b_{ij}\dot{X}_j,\quad \dot{Y}=\dot{X}_0=\sum_{j=1}^{n}a_{0j}\dot{X}_j$$

したがつて

$$C=I\Big/\dot{Y}=\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}b_{ij}\dot{X}_j\Big/\sum_{j=1}^{n}a_{0j}\dot{X}_j$$

これは比例式の関係から

$$\sum_{i=1}^{n}b_{i1}\Big/a_{01}=\sum_{i=1}^{n}b_{i2}\Big/a_{02}=\cdots=\sum_{i=1}^{n}b_{in}\Big/a_{0n} \tag{23}$$

故にハロッド体系は産業連関論によつて

$$G=C^{-1}S=\left(\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}b_{ij}X_j\Big/\sum_{j=1}^{n}a_{0j}X_j\right)^{-1}\left(1-\sum_{i=1}^{n}a_{i0}\right) \tag{24}$$

$$=\left(\sum_{i=1}^{n}b_{i1}\Big/a_{01}\right)^{-1}\left(1-\sum_{i=1}^{n}a_{i0}\right)=\cdots\cdots$$

$$=\left(\sum_{i=1}^{n}b_{in}\Big/a_{0n}\right)^{-1}\left(1-\sum_{i=1}^{n}a_{i0}\right)$$

と表現されることができる。

以上の関係で最も興味を惹く点は㉓式である。分子は資本系数の行列Bの列和であるから、各産業部門の生産物一単位を産出するのに必要な資本存在額である。分母は各産業部門が生産物一単位産出するのに必要な労働者並びに企業者用役である。したがつて、全体としては労働者並びに企業者であるから、大雑把にそれはその産業資本構成であると言つてよいであろう。しかし、労働者並びに企業者用役はその産業部門から獲得された家計部門の所得として表現されているから、かの比率はまた各産業部門がネットの所得一単位を産出するのに必要な資本存在額、即ちネットの資本系数である。

故に㉓式は各産業部門の資本構成ないしネットの資本系数で全部相等しいことを意味し、ハロット体系はかかる相等関係を暗黙のうちに前提していたと言うことができるのである。

その上、㉓式をネットの資本系数と見做すと、各産業部門の労働者並びに企業者が等しい消費性向を持つものと仮定して、㉔式は各部門の成長率が他の成長率及び全体の成長率に等しいことを物語つている訳であるが、(5)この問題に入る前に、産業連関論の側からハロッド式が導けるかどうかを吟味してみる必要がある。

家計部門だけを分離して考えると

㉕ $$X_0=\sum_{j=1}^{n} a_{0j}X_j$$

㉖ $$X_i=a_{i0}X_0+\sum_{j=1}^{n} a_{ij}X_j+\sum_{j=1}^{n} b_{ij}\dot{X}_j \quad (i=1,\cdots,n)$$

ここで二番目の式をn箇、辺々相加える。

$$\sum_{i=1}^{n} X_i=\sum_{i=1}^{n} a_{i0}X_0-\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} a_{ij}X_j+\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} b_{ij}\dot{X}_j$$

シグマの順序は変えて、それに㉕式を代入すると、

$$\sum_{i=1}^{n} X_i-\sum_{j=1}^{n} a_{0j}\left(\sum_{i=1}^{n} a_{i0}\right)X_j-\sum_{j=1}^{n}\left(\sum_{i=1}^{n} a_{ij}\right)X_j=\sum_{j=1}^{n}\left(\sum_{i=1}^{n} b_{ij}\right)\dot{X}_j$$

しかるに $1-\sum_{i=1}^{n} a_{ij}=a_{0j}$ であるから

$$\sum_{j=1}^{n} a_{0j}\left(1-\sum_{i=1}^{n} a_{i0}\right)X_j=\sum_{j=1}^{n}\left(\sum_{i=1}^{n} b_{ij}\right)\dot{X}_j$$

両辺を $\sum_{j=1}^{n} a_{0j}$ で割ると

$$\left(1-\sum_{i=1}^{n} a_{i0}\right)X_j=\sum_{j=1}^{n}\left(\sum_{i=1}^{n} b_{ij}\Big/a_{0j}\right)\dot{X}_j$$

ここで、左辺の系数は明らかにSであり、右辺の系数は体系が㉓式を満している場合にのみCという一定の定数をおくことができる。故に

$$\dot{X}_j/X_j=C^{-1}S$$

これを更に㉕式と組合せると

$$\dot{X}_0/X_0=C^{-1}S$$

となり、ハロッド式が導き出された訳である。両体系の関係は、いずれの側からしても、(23)式を特徴とするということに要約されることができる訳である。

註(1) W. W. Leontief and others, "*Studies in the Structure of the American Economy*," (New Yosk, 1953) 五三〜九〇頁。
(2) 例えば古谷弘「動学的投入産出モデルとその均衡成長」(『経済学論集』第二四巻三・四号)二三六〜八頁参照。
(3) 例えば古谷前掲論文二二五〜三六頁参照。
(4) R. F. Harrod, "*Towards Daynamic Economics*," (London, 1948)
(5) この問題は特に農業部門について次に詳しく論ぜられている。

三

(一) 農業部門における経済成長の問題は、産業連関論を動態化することによつて既に半ば以上解決されたとみることができる。つまり適当な部門を農業部門として(18)式を適用し、そこから成長率や他産業部門との関係などを引き出せばよいのであつて、残された仕事は諸係数の測定や初期条件の選定などといつた実際的な問題ばかりである。

しかし、投入産出分析を動態化することが農業における経済成長の問題を扱う唯一の方法であるかどうかという点はなお、理論的にも考慮すべき事柄である。そこで、大川一司『農業の経済分析』(一九五五年)をこの際比較の対象に選んでみた。[1]

大川氏は経済を農業・非農業の二部門に分割しているが、経済成長の問題については農産物の需給関係(主に第一一章)と両部門における貯蓄・投資関係(主に第一五章)との二方面より考察をなしている。その訳は前者からは労働の分析を、後者からは資本の分析を経済成長と関連して引き出してこようという意図に基くと考えられる。したがつて両方の統一は労働・資本・産出量の生産函数的関係を背景に考えて始めて可能となるのである。

産業連関論をこの大川氏の体系に合せると、封鎖体系としては少くとも四部門が必要となる。先ず家計部門が農家家計と非農家家計とに分けられねばならない。非農家家計は従来の家計部門の記号の右上に1を附し、例えば非農家所得 X_0^1 とし、農家家計は同じく家計部門の記号の右上に2を附し、例えば農家所得 X_0^2 として現わすことにしよう。次に産業部門から農業部門だけを分離し、残り $n-1$ 部門を一括して非農業部門と呼ぼう。更に非農業部門を辺々相加えると

$$\sum_{i=1}^{n-1} X_i = \sum_{i=1}^{n-1} a_{i0}{}^1X_0{}^1 + \sum_{i=1}^{n-1} a_{i0}{}^2X_0{}^2 + \sum_{i=1}^{n-1}\sum_{j=1}^{n-1} a_{ij}X_j$$
$$+\sum_{i=1}^{n-1} a_{in}X_n + \sum_{i=1}^{n-1}\sum_{j=1}^{n-1} b_{ij}\dot{X}_j + \sum_{i=1}^{n-1} b_{in}\dot{X}_n$$

これを恰も一つの産業部門の如く看做し、第一部門とし、農業部門を第二部門とすると

$$X_1 = a_{10}{}^1X_0{}^1 + a_{10}{}^2X_0{}^2 + a_{11}X_1 + a_{12}X_2 + b_{11}\dot{X}_1 + b_{12}\dot{X}_2$$

けれどもこれが成立するためには、次の関係が認められていなくてはならない。

$$a_{11} = \sum_{i=1}^{n-1}\sum_{j=1}^{n-1} a_{ij}X_j \Big/ \sum_{i=1}^{n-1} X_i = \sum_{i=1}^{n-1} a_{i1} = \cdots = \sum_{i=1}^{n-1} a_{in-1}$$
$$b_{11} = \sum_{i=1}^{n-1}\sum_{j=1}^{n-1} b_{ij}\dot{X}_j \Big/ \sum_{i=1}^{n-1} \dot{X}_i = \sum_{i=1}^{n-1} b_{i1} = \cdots = \sum_{i=1}^{n-1} b_{in-1}$$

この条件が満されたとし、更に簡略化のため、農家家計は農業部門のみに、非農家家計は非農業部門のみにその労働並びに企業者用役を与えるものと仮定するならば、経済の全体系は次の四つの方程式に尽されることになる。

(27)　$X_0{}^1 = a_{01}{}^1X_1$

(28)　$X_0{}^2 = a_{02}{}^2X_2$

(29)　$X_1 = a_{10}{}^1X_0{}^1 + a_{10}{}^2X_0{}^2 + a_{11}X_1 + a_{12}X_2 + b_{12}\dot{X}_1 + b_{12}\dot{X}_2$

(30)　$X_2 = a_{20}{}^1X_0{}^1 + a_{20}{}^2X_0{}^2 + a_{21}X_1 + a_{22}X_2 + b_{21}\dot{X}_1 + b_{22}\dot{X}_2$

これ等は一種の生産函数であるから、特に(29)式と(30)式において需給関係と貯蓄・投資関係とが陽表的に統一されているということができ、その意味からこれを解いて得られる成長率も需給面と貯蓄・投資面とを同時に考慮したものとなるのである。

(二)　さて、次にそれぞれの側面について、両体系を比較してみよう。先ず需給関係から始める。需要と言つても、大川氏の体系は資本・在庫の側面は排除しており、また中間需要も無視しているから、農産物需要としては家計部門からの需要$a_{20}{}^1X_0{}^1 + a_{20}{}^2X_0{}^2$に限定される。しかし、供給はその背後に生産関係を持つているために農業部門の列ヴエクトル全部が考慮されなくてはならない。つまり $a_{02}{}^2X_2$, $a_{12}X_2$, $a_{22}X_2$, $b_{12}X_2$, $b_{22}\dot{X}_2$がそれに当る訳である。

大川氏は需要の成長率を決定する長期的要因として、人口・需要の所得・嗜好の三点を挙げられた。産業連関論においては成長率はλであり、λは生産係数並びに資本係数のみから成り立つているから、この場合にも右の三要因がそれ等諸係数にいかに影響するかという点を、つまり人口・需要者の所得・嗜好が$a_{20}{}^1$及び$a_{20}{}^2$にどのような変化を与えるかを考究すれば充分である。

需要者の嗜好が変化すれば生産係数$a_{20}{}^1$・$a_{20}{}^2$が変化することは容易に想像されるところである。また、一人当りの所得変化は心理法則の作用から消費性向に影響することも明かである。

即ち所得水準をe、需要量をdとすれば、需要の所得弾力性ηは

$$\eta=\frac{\Delta d}{d}\Big/\frac{\Delta e}{e}=\frac{\Delta d}{\Delta e}\Big/\frac{d}{e}$$

d/e は生産係数 a_{20}^1 や a_{20}^2 に当り、$\Delta d/\Delta e$ はかかる生産係数の限界概念である。産業連関論は線型の生産函数を前提しているから、平均概念と限界概念は一致する。つまり $\eta=1$ が仮定されている。しかし、かかる場合は一般には特殊であるから、所得の変化は通常、家計部門の生産係数に変化を与えると考えてよいようである。

人口に関しては若干、問題がある。一人当り所得や嗜好の状態が一定の場合に、例えば人口が増加したとすると、確かに農産物需要は増加するが、それに応じて供給が増加されれば、家計部門の生産係数には何も変化は生じない筈である。成長式についていえば、初期条件か産業部門のウエイトかが変化するだけにとどまる。尤も開放体系にした場合には例えば(19)式から明かなように消費の成長率μが影響を受けることによつて、産出額の成長率も影響を被るのかもしれない。しかし、その場合でもλは決して変化しないのである。これに対して、もし需要増加に見合うだけの供給増加がなされなかつたならば、価格の変化を介して当然、生産係数が変化されることは自明の理である。

供給の成長に影響を与える要因としては、技術・資本・労働・過剰雇傭の状態が与えられている。技術の変革が生産のプロセスを変えることは自然なことであり、その結果、生産係数並びに資本係数が変化するのもまた当然である。

しかるに、資本や労働という生産要因の変化についてはどうであろうか。これ等の生産要因が技術の変革と結びついて変化する場合には勿論、諸係数は変化する。しかし、技術水準が一定に保たれた場合に資本なり労働なりの増加が起れば、これは **deepening** ではなくして単なる **wideniug** であるから、その結果生じた供給増加が完全に需要に吸収されてしまうならば、生産係数も資本係数も何等変化を被らないことになる。成長式では再び初期条件かウエイトが変化するだけになろう。ここでも資本及び労働の供給状態や生産物の需要状態が円滑を欠けば価格変化を通じて諸係数が影響されるであろうことは言を俟たない。

最後に過剰雇傭の状態であるが、これは農業部門において特に顕著な現象であり、理論的・統計的に係数の、就中 a_{02}^2 の安定性の問題と密接な関係をもつている。過剰雇傭の状態においては労働の平均生産と限界生産性とは乖離しているのであつて、両者の一致を前提とする産業連関論においては、もし技術的に安定な生産係数及び資本係数を立てるならば現実が均衡分析で

は解明せられず、逆に現実を一つの均衡状態としてここから生産係数並びに資本係数を導いてこようとすると、それ等の係数は統計的に不安定となつてくるのである。

なお、供給の成長を規定する今一つの要因として資源の状態、特に農業部門においては土地が忘れられてはならない。というのはこの要因の貧富が生産プロセスを決定するのに重要であり、更に動態過程においてはこの要因の増減と共に生産プロセスが移動していくからである。

先に全産業部門が等しい成長率をとることが最も効果的であり、事実、時間をかければ単一の成長率に統一されていくことが述べられたが、大川氏の場合には農業部門の成長率 G_2 と非農業部門のそれ G_1 とが乖離していても需給均衡の成長は可能であることが説かれている。農業部門生産額の全生産額におけるウエイトを ω とし、一人当り所得の成長率を g とすると、

$$G_1-G_2=(1-\eta)g/(1-\omega)$$

だけ乖離してもよいと言われる。両体系のこの相異点は主に需要の所得弾力性 η に依存している。即ち産業連関論においては右の式が $\eta=1$ であつたから、零となり両部門には乖離は生じ得ないのである。

さて、以上においては中間需要及び他産業の供給条件は不問に附されて来たが、成長率 λ の中には単に農業部門の生産係数及び資本係数が含まれるばかりでなく、他産業部門のそれらも入つている。したがつて、これ等他産業部門の諸係数に影響する要因も——それ等はまた嗜好・所得・技術・資源などであるが——間接的に農業部門の成長率を決定する要因と看做されなければならない。この間接的構造変化は二面的である。つまり他産業部門の需要・供給の変化がその産業の諸係数に影響して、農業部門の成長率 λ の中へ入り込むばかりでなく、他産業の需要条件や生産プロセスの変化が農業部門の需要条件やプロセスに変化を与え、農業部門自身の諸係数が変化するのである。これ等の問題を処理する上にこそ、産業連関論は恰好の武器であるということができよう。[2]

(三)　次に貯蓄・投資の側面を比較してみよう。大川氏は非農業及び農業の貯蓄性向と資本係数をそれぞれ S_1・C_1・S_2・C_2 とし、貯蓄と投資の開差率を α、β として、

$$G_1C_1=S_1+\alpha,\quad G_2C_2=S_2+\beta$$

という関係式を展開した。そこで、この式と産業連関論との関係を導き出してみることにする。

第一に右の式を産業連関論的記号で置き換えてみる。ここで資本係数は各産業部門からの家計部門の稼得所得に対する各産業部門の資本存在量の比率、つまりネットの資本係数であるから、α β を考えないと、

(31)　$G_1=\frac{S_1}{C_1}=\frac{\left(1-\sum_1^2 a_{i0}{}^1\right)X_0{}^1}{X_0{}^1}\Big/\frac{\sum_1^2 b_{i1}\dot{X}_1}{a_{01}{}^1\dot{X}_1}$

$$=(1-a_{10}{}^1-a_{20}{}^1)\Big/\frac{b_{11}+b_{21}}{a_{01}{}^1}$$

(32)　$G_1=\frac{S_2}{C_2}=\frac{\left(1-\sum_1^2 a_{i0}{}^2\right)X_0{}^2}{X_0{}^2}\Big/\frac{\sum_1^2 b_{i2}\dot{X}_2}{a_{02}{}^2\dot{X}_2}$

$$=(1-a_{10}{}^2-a_{20}{}^2)\Big/\frac{b_{12}+b_{22}}{a_{02}{}^2}$$

G_1 と G_2 とが相等しくて、且つ消費性向も両部門で一致するならば、これは丁度、(24)のハロッド式に当り、ネットの資本係数も(23)式のように相等しくなる。しかし、一般には消費性向が両家計部門で相等しいということは起らないから、成長率が各産業部門で等しくとも直ちにハロッド体系の特徴である(23)式が導かれるとは限らないわけである。

ところで、(31)式、(32)式、引いては(24)のハロッド式が産業連関論の立場からいつて、各産業部門の成長式であるということは妥当であろうか。即ち先に挙げた産業連関論の動態式である(27)、(28)、(29)、(30)式から(31)、(32)式が導き出されるかどうかということを第二に考えてみよう。

(27)式を(29)式に、(28)式を(30)式に代入して整理すると、次のような連立微分方程式が得られる。

$$(1-a_{10}{}^1a_{01}{}^1-a_{11})X_1-(a_{10}{}^2a_{02}{}^2+a_{12})X_2=b_{11}\dot{X}_1+b_{12}\dot{X}_2$$

$$-(a_{20}{}^1a_{01}{}^1+a_{21})X_1+(1-a_{20}{}^2a_{02}{}^2-a_{22})X_2=b_{21}\dot{X}_1+b_{22}\dot{X}_2$$

ここで $X_1=h_1e^{\lambda t}$, $\dot{X}_1=\lambda h_1e^{\lambda t}$, $X_2=h_2e^{\lambda t}$, $\dot{X}_2=\lambda h_2e^{\lambda t}$ とし、右の式に代入し、$e^{\lambda t}\neq0$ で整理し、更に $h_1\neq0$ $h_2\neq0$ を仮定して次の行列式を導き出した。

$$\begin{vmatrix} 1-a_{10}{}^1a_{01}{}^1-a_{11}-\lambda b_{11} & -a_{10}{}^2a_{02}{}^2-a_{12}-\lambda b_{12} \\ -a_{20}{}^1a_{01}{}^1-a_{21}=\lambda b_{21} & 1-a_{20}{}^2a_{02}{}^2-a_{22}-\lambda b_{22} \end{vmatrix}=0$$

ここで繁雑を避けるため、右の行列式を

$$\begin{vmatrix} A & C \\ B & D \end{vmatrix}=0$$

と現わすことにしよう。この行列式の第二行の要素を第一行の要素に加えても、行列式の値は変らないから、

$$\begin{vmatrix} A & C \\ B & D \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} A+B & C+D \\ B & D \end{vmatrix}$$

$$=(A+B)D-(C+D)B=0$$

ここで、極めて特殊な場合にのみ

(33)　$(A+B)D=0$,　$(C+D)B=0$

が認められるであろう。一般に $D\neq0$, $B\neq0$ であるから、$A+B=0$, $C+D=0$ が成立する。これを前の記号に戻すと次のようになる。

$$1-(a_{10}^1+a_{20}^1)a_{01}^1-(a_{11}+a_{21})-\lambda(b_{11}+b_{21})=0$$
$$1-(a_{10}^2+a_{20}^2)a_{02}^2-(a_{12}+a_{22})-\lambda(b_{12}+b_{22})=0$$

ところで

$$1-(a_{11}+a_{21})=a_{01}^1,\quad 1-(a_{12}+a_{22})=a_{02}^2$$

であるから両辺を a_{01}^1 及び a_{02}^2 で割つて、整理すると、

(34) $$\lambda_1=(1-a_{10}^1-a_{20}^1)\Big/\frac{b_{11}+b_{21}}{a_{01}^1}$$

(35) $$\lambda_2=(1-a_{10}^2-a_{20}^2)\Big/\frac{b_{12}+b_{22}}{a_{02}^2}$$

(34)式及び(35)式は明かに(31)式及び(32)式に合致する。しかし、これで産業連関論からの導出が完結したのではない。なぜなら微分方程式の一般解は

(36) $$X_0^1=A_1h_{01}^1e^{\lambda_1t}+A_2h_{02}^1e^{\lambda_2t}$$

(37) $$X_0^2=A_1h_{01}^2e^{\lambda_1t}+A_2h_{02}^2e^{\lambda_2t}$$

となるべきであるから、したがつて、非常に長い時間をかければ両部門とも λ_1 か λ_2 のいずれか大きな値に支配されることになる。適当な期間においては初期条件かウエイトの値のために非農家家計では λ_1 の項が、農家家計では λ_2 の項が重要な意味をもつているのである。さもないと、(31)、(32)式は特解の一つにすぎないことになる。

　とにかく産業連関論から(31)式、(32)式を導出する過程において

は(33)という極めて特殊な仮定を立てた。一般の場合には、したがつて、体系がたとえ全体として均衡していたとしても、(31)、(32)式は産業連関論から得られず、両者を一致させるためには α、β で調節させる必要があつたのである。

　以上の比較からして、産業連関論を動態化した場合には、生産係数及び資本係数の固定性の故に、構造的変化を考慮できないという恨みがあることが分つた。そこで先ず、比較的短い期間の研究に産業連関論の利用を限つてはどうかということが考えられる。しかし、それには少くとも次の三つの難点が解決されていなくてはならない。第一に資本係数の非対称性である。景気の後退期には先に用いた資本係数に負の産出量変化を掛ける訳にはいかないのである。第二にタイム・ラッグの導入である。分析をより現実的にするためには消費・生産の両期間が考慮されなくてはならない。そしてこれは可能であるが、成長式は更に複雑さを加える。第三に上に示した分析は均衡径路の追求に終始している。この均衡径路をめぐる現実の成長径路の探求が工夫されなくてはならない。

　逆に長期の分析に産業連関論を利用するためには、先に言つたように構造変化を取り入れるような体系がなくてはならない。この目的には産業連関論の線型の生産函数という前提は厳し過ぎる。それ故、この方向の追求はアクテイヴイテイ・アナリシ

スの分野において遂行されることが望ましい。(3)

註（1） この著書は静態論と動態論とから成り、更に動態論は産出量の分析と価格の分析とに分れている。したがつてここの比較はその一部である。

（2） レオンチエフは "*Stndies in the Structure of the American Economy*" の一七〜五二頁でこの問題の一端を論じている。

（3） 例えば R. M. Solow & P. A. Samuelsom, "Balanced Growth under Constant Returns to Scale" (*Econometrica*, 1953, pp. 412~424) において非線型同次の生産函数を仮定し、Balaned Growth 及び Proportions の存在、唯一性並びに Proportions の安定性の証明を行つている。