経済分析における季節調整

唯是康彦

一 季節調整の問題点

(一) 経済時系列

経済時系列における変動は伝統的に(1)趨勢変動（T）、(2)景気変動（C）、(3)季節変動（S）、(4)不規則変動（I）の四種類に分類されている。(1) したがって、データの原系列をOであらわせば、

$$O=T+C+S+I$$

または

$$O=T\times C\times S\times I$$

のいずれかの関係式が導かれてくる。このうち経済学者が最も興味をもつ対象は、いうまでもなく趨勢要因Tおよび景気要因Cである。以下では両者を一括してTCで表示することにしよう。趨勢変動および景気変動を分析するためには、データが、月次ないし四半期である場合は、季節変動を予め除去しておくことが望ましい。不規則変動は月次ないし四半期データであろうと、年次データであろうと、常に存在するものであるから、これの除去についてはもっと広い視野から考えられねばならない。

そこで、データが月次ないし四半期である場合に、そこにおける季節要因を経済分析とは一応別途に調整しておくことが、先決になってくる。元来、季節要因はその名の示す通り、季節性と関係し、終局的には長期的に安定した気象条件に支配されることになる。その限りでは、季節要因は全期間を通じて、月次別ないし四半期別に固定した係数を用いてよいはずである。しかしながら、経済時系列における季節性には、人間行動が介入してくるために、気象条件がたとえ長期的に安定していたとしても、その固定性は保証されない。それに対する人間の反応が変化してくるために、季節要因そのものも、月次別ないし四半期別に変化してくる可能性があるのである。

(二) センサス局法

確かにこれまでの季節変動除去の方法は、固定的な季節要因を求め、それによって原系列を調整するというやり

かたであった。季節要因を変化させるとしても、せいぜいその振幅を変える程度のものであった。しかし、米国のN・B・E・Rの一二ヵ月移動平均法に改良を加えたといわれる米国商務省のセンサス局法は、季節要因の変化を認めるという点で、極めてユニークであるとともに、極めて実用的であるといわねばならない。この方法は既に般化しているために、改めて紹介するには及ばないと思うが、以下の議論との関連で、そのあら筋を述べておくことにしよう。(3)

(一) まず一二ヵ月移動平均法であるが、これは、(1)原系列Oを一二ヵ月移動平均し、それを更に二ヵ月移動平均したものを、趨勢・景気要因TCとみなす。(2)このTCでOを除して、季節要因と不規則要因との合成値SIを求める。(3)このSIの平均を求めることによって、不規則要因を除き、また年平均が一〇〇になるように季節要因Sを水準調整する。

(二) センサス局法は以上の一二ヵ月移動平均法に改良を加えたものである。

① 一二ヵ月および二ヵ月の移動平均はそのまま継承される。

② 季節要因および不規則要因の合成値SIをO／TCから求める点も同じである。

③ SIから暫定季節要因を求める場合、月ごとに全期間の平均値を求めず、月ごとに五ヵ年の移動平均値を求めて、それを中央年のSIの判定に用いる。その場合、最初と最後の各二年分が欠項するので、隣接年二項の平均値でこれを補足する。(4) 五項移動平均値とSIとの開差から、その標準偏差を求め、その二倍を特異項管理限界とする。

④ この限界を越えるSIを特異項としてそれをはずし、その前後二年ずつの平均値をそれに充当する。

⑤ 特異項修正済みのＳＩを各年別に平均して、年平均が一〇〇になるように水準調整をおこなう。
⑥ この値に三項移動平均を二度加えることによって、暫定季節要因Ｓを求める。
⑦ 上のＳで原系列Ｏを除し、暫定季節調整済み系列ＴＣＩを求める。
⑧ このＴＣＩにスペンサーの一五項加重移動平均をほどこすことにより(5)、暫定趨勢・景気要因ＴＣを求める。
⑨ ＴＣＩを上のＴＣで除して、その商を暫定不規則要因Ｉとする。
以上は暫定計算であるが、以下に最終計算を述べよう。
⑩ 上で求めたＴＣで原系列Ｏを除し、季節不規則要因ＳＩを求める。
⑪ このＳＩに再び五項移動平均を加え、それを用いて、前回同様の特異項修正をおこなう。
⑫ 特異項修正をおこなったＳＩを、これまた前回同様に、水準調整をする。
⑬ 水準調整したＳＩに移動平均をほどこすのであるが、その際、先に求めた暫定不規則要因（⑨）の前月比変化率の絶対値が、二％以下なら五項加重移動平均、二％以上なら七項加重移動平均をおこなう。かくして、季節要因Ｓが最終的に求められる。
⑭ このＳで原系列Ｏを除し、これを季節調整済み系列ＴＣＩとする。
⑮ ＴＣＩにスペンサー一五項加重移動平均をして、最終趨勢・景気要因ＴＣを求める。
⑯ ＴＣＩをＴＣで割って最終的に不規則要因Ｉを求める。
以上はセンサス局法ⅡＸ―３（一九六〇年）のあらましである。センサス局法ⅡはＸ―３のほかに、Ｘ―８（一九六〇年）、Ｘ―９（一九六一年）、Ｘ―10（一九六一年）、Ｘ―11（一九六五年）が公表されている。Ｘ―３以外の方法は

X―3における欠項処理や季節要因安定化の点で改良が加えられている。更に、X―11は曜日変動調整、繰り返し計算回数の増加、特異項処理における判定基準と修正方法などに改善がほどこされ、スペンサーの一五項加重移動平均の代わりに、ヘンダーソンの加重移動平均を採用している。[6] 判定基準については、移動平均項数の選定に用いるMCDスパン、不規則要因の完全化を計るADR、不規則要因の振幅を計ることによって季節要因の移動平均項数を決定するMSRなどがあるが、繁雑になるので省略する。

㈢ なお、わが国においては経済企画庁がセンサス局法Ⅱを土台に開発したEPA法がある。これのセンサス局法Ⅱとの基本的な違いは、第一にセンサス局法Ⅱのような特異項の修正をおこなわない点である。これは特異項を判定する基準に合理的なものがないということがその理由である。第二に、電算機は乗算より加算に有利であるということから、加重平均を用いず、反復移動平均を使用していることである。[7] したがって、EPA法はセンサス局法Ⅱにくらべて、計算原理ははるかに単純となる。しかし、それだけに反復移動平均に種々の工夫がこらされることになる。X―0からX―4、X―8が実用化している。[8]

(三) 本研究の目的

ところで、経済時系列データの分析にあたって、われわれがまず注意しなくてはならぬことは、第一に経済時系列が$O=T+C+S+I$ないし$O=T\times C\times S\times I$というように分解されるが、実際には各要因がそれぞれ独立に存在しているとは限らないということである。所詮、現実は相互連関的であるから、各要因の独立抽出ははじめから無理な問題を含んでいるといわねばならない。第二に、たとえ現実の経済時系列が上述の四要因に分解され、各

要因が相互に作用せず、独立に存在しているとしても、前述したセンサス局法ⅡやEPA法がそれを正確に把握しうるという保証はどこにもないということである。

しかしながら、経済時系列を原系列のまま、その相互連関性においてとらえるということはいまのところ甚だ困難なことであるといわねばならない。したがって、経済時系列の第一次近似として、前述のような加法ないし乗法のモデルを適用せざるをえないというふうに考えられる。

その場合、季節要因を可変的とみなすことには若干の問題が残るだろう。既述のように、季節要因が終局的に気象条件に由来し、この気象条件が長期的に安定した規則性を示すならば、(9) 季節要因はやはり月別ないし四半期別に固定係数としてとらえられるべきではないだろうか。年毎の気象条件の違いは長期安定的な規則性からすれば、不規則要因とみなされるだろう。また、その気象条件に対する人間行動の反応が年々変化するとすれば、その変化は季節要因の変化というよりは、経済学者が正に分析の対象としている趨勢変動ないし景気変動とみなすべきではなかろうか。

このように考えてくると、可変的季節要因を前提する調整方法そのものに疑惑が生じてくるのは当然であるといわねばならない。

しかしながら、ここでも実用上の必要から、この手法はやはり是認されてよいように思われる。なぜなら、趨勢ないし景気変動の分析をしようとしている同じ次元で、固定的な季節要因以外の季節変動の分析をも同時におこなわねばならぬとしたならば、分析方法がよほど高度化しない限り、二兎を追うもののそしりをまぬがれないだろう。この場合、季節変動に作用する要因は、ある程度、機械的に処理しておいた方が、趨勢ないし景気変動分析の第一

次近似としては、かえって好ましい結果をもたらすものといわねばならない。
また、往々にして、季節変動に作用している要因が複雑すぎてよくわからなかったり、わかっていても、それを示すデータが欠如していたりする。このような場合にも、機械的な調整方法は研究を一歩前進させてくれるのに役立つに違いないのである。
さて、センサス局法ⅡないしEPA法を利用するのは、以上のような立場からであるとすれば、少なくとも二点において、検討が必要である。その第一はこれらの方法でえられた季節要因の安定性の問題である。季節要因が安定していなければ、不規則要因も不安定となり、規則性を示すようになるだろうし、趨勢・景気要因の欠項部分も不安定となるだろう。
第二は移動平均による方法が趨勢・景気要因を適確に抽出しているかどうかということである。移動平均をほどこすことによって、趨勢・景気要因の真実の姿が歪められたならば、経済分析が不完全になることはいうまでもないことである。その上、これは季節要因や不規則要因にも影響してくるのである。
以上二点は誰しもが気付く疑問であるし、それだけに、これらの方法の発案者達の最も苦心する部分であるといわねばならない。事実、センサス局法Ⅱにしろ、EPA法にしろ、Experiment をあらわすXを付した一連番号の方法が開発されているのは、ほとんどがこの二点の問題解決の努力によってもたらされたものであるといっても過言ではあるまい。
ただ、これらの方法を利用して経済分析をおこなうユーザーの立場からすると、方法開発の仕方に不満がないわけではない。それは特定系列の季節調整をそれだけ独立に考え、決して他の系列との相互関係の中で開発しようと

しないことである。そのために、これらの方法が、いかに完全なものになってゆくにしても、決して解決されない第三の疑問が、この方法のユーザーの側から発生してくるのである。

それはこれらの調整法を適用してえられた系列で経済分析をしようとする場合、採用すべき系列は趨勢・景気要因系列TCなのか、季節調整済み系列TCIなのかという問題である。不規則要因Iが変数における誤差と同じものと考えられるならば、経済分析にそれを含んだTCIを採用することは不適当である。しかし、調整法における不規則要因は、それの属する特定の系列の中で処理されたのであって、他の系列との関連の中でランダムとされたのではないのである。したがって、それを各種の経済時系列の中におけば、不規則要因は必ずしも不規則なものではなく、規則性を示してくるかもしれないのである。とすれば、経済分析にはTCより、TCIが好まれることになるかもしれない。

しかし、不規則要因Iはこれらの方法においては、上述からも明らかなように、季節要因Sと最も密接な関係におかれ、Sの算定方法いかんに左右されることが多く、不安定な性格をもっている。この限りでは、経済分析にはTCIより、季節要因Sの影響の比較的少ないTCを採用すべきである。(10)

ところが、趨勢・景気要因TCにも問題がないことはない。その移動平均法が真の姿を歪曲しているかもしれないという基本問題を別にしてみても、移動平均そのものに内在する弱点が露呈される場合がある。それは移動平均が過去と未来の変数を現在時点に内包しているために、それに古典的線型回帰モデルを適用した場合、系列相関を発生させる可能性を多くもっているということである。

経済分析においてTC系列を採用すべきか、TCI系列を採用すべきかという問題は、これを一般化して議論す

ることは、非常にむずかしいように思われる。そこで、以下ではひなえ付羽数の供給関数を普通最小自乗法で計測するというケース・スタディにおいて、その問題を扱ってみようと思うのである。

このために、各変数のデータをセンサス局法ⅡX―11およびEPA法X―4で季節調整し[11]、そのTC系列とTCI系列とを用いることにした。この場合、計測期間は一九五九〜六六年、一九五九〜六七年、一九五九〜六八年、一九五九〜六九年の四種類とし、その各々の期間について、別々に季節調整を月次でほどこした[12]。

第一に、一九五九〜六九年データについて調整をほどこした系列を基準に、他の系列の季節要因Sと調整済み系列TCIとをそれぞれ比較し、第二に、各期間のTCおよびTCI系列ごとに供給関数を求めた。第三にその供給関数の残差と不規則要因とを比較した。不規則要因が変数誤差であると仮定して、それを考慮した方程式が古典的方法で求められた。第四に月次データで調整した系列から四半期データを作成し、それについて季節要因を求め、またそのTC系列とTCI系列について供給関数を求め、比較した。

以上のような検討から、不規則要因Iは一部ランダムで、一部有意性をもっているらしいことが明らかになるとともに、他方、TC系列には系列相関が認められた。かくして、四半期データにおいてTC系列とTCI系列の欠陥はそれぞれ緩和され、類似の供給関数を与えることになった。

注(1) たとえば森田優三「経済変動の統計分析」(昭和三〇年)。
(2) J. Shiskin, "Electronic Computers & Business Indicators" N.B.E.R. *Occasional Paper* 57, 1957 など、多くの紹介がある。
(3) 以下の説明はO＝TC×S×Iの形を前提し、月次データの季節調整について述べる。
(4) 季節要因をこのように補足することにより、原系列に移動平均をほどこしたために発生する欠項部分の補充も可能で

ある。しかし、その手続きからもわかるように、これらの補項は季節調整を不安定にする。

(5) 趨勢・景気要因は一般に三次曲線からなっているものと仮定されるが、スペンサーの一五ヵ月加重移動平均はその点を歪めることがないと考えられる。

(6) スペンサーの移動平均と同様、三次曲線の再現を目的としているが、不規則要因と趨勢・景気要因との平均変化率の比によって、ウエイトの選択ができるようになっている。

(7) 反復移動平均は結果的には加重移動平均と同じになる。

(8) 経済企画庁調査局統計課『EPA—一季節調整方法経過資料』(昭和三九年一月)。

(9) もちろん、気象も長期的には趨勢変動・周期変動を含んでいると思われる。しかし、経済変動にくらべたら、それは長期的に安定していると仮定してもよいだろう。

(10) この立場に立つものに石田正次「経済時系列の季節調整に関する問題点とそれに関する一二の考察」(『統計数理研究所彙報』第一二巻第一号、一九六四)。

(11) 以下では略してセンサス局法およびEPA法と呼ぶことにする。

(12) 以下では五九〜六六データ、五九〜六七データ、五九〜六八データ、五九〜六九データと呼ぶことにする。

二　季節要因の変化

(一) ひなえ付羽数の供給関数

前節で述べたような季節調整問題を検討するにあたって、その素材となるひなえ付羽数に関する供給関数について述べておかなくてはならない。ここでいうひなとは採卵鶏のひなばかりでなく、採卵鶏およびブロイラーの種鶏のひなも含んでいるのであるが、ブロイラーの種鶏のひなの比率は小さいので、以下ではこれを無視することにする。そうすると、ひなのえ付羽数lの供給を決定するものは、第一に成鶏めす総羽数T、第二に鶏卵卸売価格Pお

よび飼料価格指数F、第三に一月前のえ付羽数 l_{-1} であると考えられる。(1)

この場合、ひなは直接的には種鶏の生む種卵をふ化することによってもたらされるのであるが、種鶏のデータが不完全なので、ここでは成鶏めす総羽数を採用し、その規模が大きくなれば、ひなの供給も増加するだろうと考えた。(2) この場合、ひなのふ化からえ付けまでに三週間ほどの時間の経過があるので、一ヵ月の時差をつけることにした。

鶏卵卸売価格と飼料価格指数とは相対価格P/Fとして用いることにした。鶏卵に農場価格を使用しなかったのは、卸売価格との間に変動上大きな差がない上に、ふ卵業者が直接指標とするのが卸売価格であり、この方が情報としても正確であると考えたからである。

価格に対する供給反応には当然、時差があるが、実態調査の結果、(3) ふ卵業者は三ヵ月前の注文を最終的なものとみなして、ひなを出荷していることがわかったので、これを用いることにした。

一月前のえ付羽数 l_{-1} の導入はラチェット効果をねらったものであるが、理論的にはコイックやナァラヴの配分時差法に依拠している。これは統計学上、自己相関の問題を提起するが、その点については後述する。

以上の関係を普通線型の関数型で示すと、

$$l=b_0+b_1T_{-1}+b_2(P/F)_{-3}+b_3l_{-1}$$

となる。この方程式に到達するまでには、幾つかの関数型や変数が考慮されたのであるが、結局、この式が最もよく理論的条件を満足させ、(4) また統計的検定にも耐えているようである。その上、計測期間や季節調整法を変えても、比較的安定した結果を与えている。

(二)　季節要因の安定性

元来、農業は産業の中で自然と最も密接な関係をもち、またその生産物も食糧という人間の生理と最も関係の深い商品であることから、そこにおける季節要因は比較的、安定的に固定化した係数と考えられてきた。しかし、農業技術の進歩や生活環境の変化はこの季節要因の固定性を変化させつつあるようである。

とくに、畜産はその生産が周年性であるために、季節要因の変化は著しい。畜産物需要が季節的に平準化しつつも、増加し続けているのに対応して、経営規模が次第に大規模化してきているが、これは固定的な設備投資を誘い、その固定設備は生産規模の安定化を要求する。この要求は動物の生理に基づく季節性を否定するような形で、技術進歩を招来する。かくして、畜産経済の多くの変数は季節性を平準化する方向へ変化することになる。

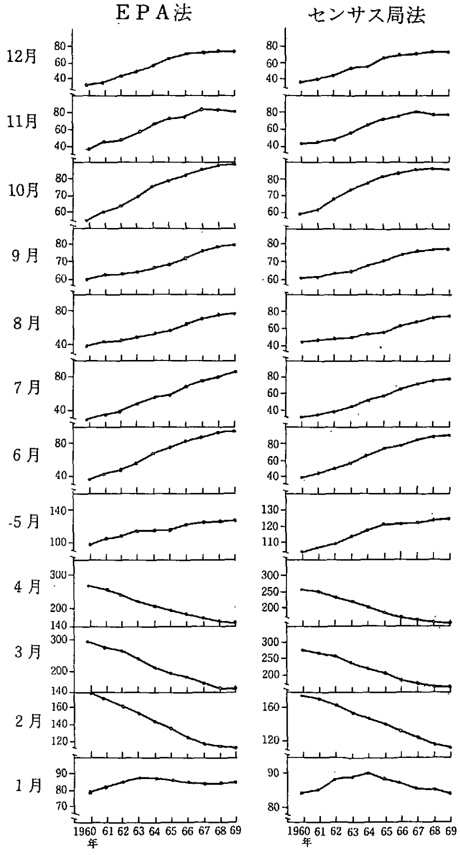
養鶏においても、事情は全く同じである。ひなのふ化は従来、二、三、四の三ヵ月間において最も高く、六、七、八の三ヵ月間と一〇、一一、一二の三ヵ月間において低い。しかし、第二・一図からも明らかなように、センサス局法によっても、EPA法によっても、ひなえ付羽数lの季節要因は、昭和三五年以降、平準化傾向を示している。二、三、四月の各季節要因は急速に減少し、他の月の要因は一月を除いて、一様に増加している。その結果、昭和四四年には、ほとんどの月の季節要因が一〇〇の近くに集中する形になっている。つまり、結果論としてみれば、ひなえ付羽数lはセンサス局法やEPA法を適用するのに恰好の素材であるということができよう。養鶏の他の変数についても同様のことがいわれる。

ところで、養鶏関係のデータはセンサス局法流の季節調整を可能にするような性格をもっているが、そうであるからといって、これらの方法によってえられた季節要因が安定的であるかどうかということは別問題である。季節

要因の変化が激しすぎて、センサス局法流の調整法では安定しない場合もありうるのである。

そこで、前述の供給関数に使用した変数のうち、ひなえ付羽数lと鶏卵卸売価格Pについて、計測期間を変えて季節調整をおこない、それらの季節要因を相互に比較してみることにした。[5] この場合、一九五九〜六九年の期間に

第2・1図　ひなえ付羽数 l の季節要因の変化



ついて季節調整した系列を基準としてえらび、それと他の計測期間一九五九〜六六年、一九五九〜六七年、一九五九〜六八年について季節調整した系列との相関および回帰係数を求めた。(6) 回帰係数を求めた理由は、単に相関係数だけであれば、変化の方向の一致・不一致はわかっても、その振幅の程度がわからないからである。係数は各年次別に計算されたが、結果は第二・一表および第二・二表に一括してある。前者はセンサス局法によったものであり、後者はEPA法によったものである。

ひなえ付羽数 l の季節要因は、センサス局法による場合も、EPA法による場合も、変化の方向については、ほとんど完璧に近い形で一致しているが、その振幅については必ずしも一致していない。昭和四〇年頃から、その喰い違いは目立ってくる。とくに、センサス局法の方の喰い違いが大きいようである。回帰係数がいずれも一・〇以上であるところから、計測期間の短い系列ほど、季節要因は昭和四〇年以降で振幅を大きくしていることになる。

昭和四〇年という時点で、各系列の季節要因の振幅に差が発生してきたことの原因としては、次のことがあげられよう。昭和三九年に鶏卵価格は過剰生産のために大暴落するのであるが、これを契機として企業整備が進み、経営規模が一段と大型化したといわれる。(7) 大規模化は季節要因を平準化するから、昭和四〇年以降のデータを多く含む系列ほど、季節要因の振幅は小さくなるはずで、それにくらべて、四〇年代データの少ない系列は、季節要因の振幅を大きくする。季節要因を移動平均で決定するために、このような結果が生まれてくるのである。

また、経営が大型化すれば、病気の集団発生が起きやすく、事実、昭和四〇年以降、ニューカッスル病のまんえんを招いた。これはセンサス局法Ⅱにおける特異項となるわけで、特異項の排除を厳しくするX—11においては、とくに四〇年以前と以後との季節要因の振幅を変えてしまう。それがセンサス局法の喰い違いを、EPA法にくら

第2・1表　1959～69年月次データと他の月次データとの季節要因の相関および回帰[1]

(1)　センサス局法Ⅱ X—11

		l			P		
		1959 ～1966	1959 ～1967	1959 ～1968	1959 ～1966	1959 ～1967	1959 ～1968
昭和35年	相関係数	1.000	1.000	1.000	0.999	1.000	1.000
	回帰係数	1.002	1.000	1.000	1.022	1.012	0.996
36	相関係数	1.000	1.000	1.000	0.999	1.000	1.000
	回帰係数	1.002	1.001	1.000	1.041	1.036	0.999
37	相関係数	1.000	1.000	1.000	0.995	0.996	0.999
	回帰係数	1.005	1.003	1.000	1.067	1.064	1.002
38	相関係数	1.000	1.000	1.000	0.976	0.976	0.997
	回帰係数	1.014	1.007	1.001	1.047	1.064	1.014
39	相関係数	1.000	1.000	1.000	0.949	0.954	0.994
	回帰係数	1.038	1.018	1.002	0.987	1.020	1.019
40	相関係数	1.000	1.000	1.000	0.883	0.901	0.977
	回帰係数	1.104	1.048	1.001	0.836	0.940	1.046
41	相関係数	0.997	0.998	1.000	0.847	0.884	0.981
	回帰係数	1.230	1.117	1.025	0.784	0.897	1.017
42	相関係数	[2] 0.991	0.995	1.000	—	1.000	0.972
	回帰係数	1.369	1.222	1.068	—	0.864	1.042
43	相関係数	—	[2] 1.000	0.999	—	—	0.970
	回帰係数	—	1.336	1.122	—	—	1.026
44	相関係数	—	—	[2] 0.997	—	—	—
	回帰係数	—	—	1.139	—	—	—

注．1）小数点以下四桁四捨五入．
　　2）季節要因は予測値．

第2・2表　1959～69年月次データと他の月次データとの季節要因の相関および回帰 1)

(2)　ＥＰＡ法Ｘ―4

		l			P		
		1959 ～1966	1959 ～1967	1959 ～1968	1959 ～1966	1959 ～1967	1958 ～1968
昭和35年	相関係数	1.000	1.000	1.000	0.999	0.999	0.955
	回帰係数	1.000	1.000	1.000	0.992	0.997	0.886
36	相関係数	1.000	1.000	1.000	0.999	0.999	0.999
	回帰係数	1.000	0.999	1.000	0.988	0.989	1.000
37	相関係数	1.000	1.000	1.000	0.999	0.999	1.000
	回帰係数	1.000	1.001	1.000	0.997	0.994	1.005
38	相関係数	1.000	1.000	1.000	1.000	0.999	0.999
	回帰係数	1.002	1.001	1.000	1.011	1.009	1.014
39	相関係数	1.000	1.000	1.000	0.998	0.999	0.999
	回帰係数	1.012	1.003	1.000	1.004	1.009	1.010
40	相関係数	1.000	1.000	1.000	0.947	0.958	0.960
	回帰係数	1.049	1.010	1.001	0.867	0.903	0.900
41	相関係数	0.998	0.999	1.000	0.982	0.997	0.999
	回帰係数	1.155	1.047	1.008	0.929	1.013	1.017
42	相関係数	2) 0.992	0.997	1.000	2) 0.956	0.991	0.994
	回帰係数	1.336	1.165	1.029	0.892	1.022	1.039
43	相関係数	—	2) 0.987	0.998	—	2) 0.977	0.982
	回帰係数	—	1.312	1.312	—	1.011	1.059
44	相関係数	—	—	2) 0.996	—	—	2) 0.954
	回帰係数	—	—	1.098	—	—	1.036

注．1）小数点以下四桁目四捨五入．
　　2）季節要因は予測値．

べて、大きくしたものと思われる。

なお、季節要因の一年後の予測値は、

$$S_{t+1}=S_t+(S_t-S_{t-1})/2$$

という形式でおこなわれるが、実績の振幅の喰い違いが大きいほど、予測値のそれも大きくなるのは当然で、基準系列よりも計測期間の短い系列ほど、そのギャップは大きくなっている。

鶏卵卸売価格Pについても、ひなえ付羽数lについていわれたことと大差のないことが認められる。しかし、相関係数はlの場合より悪く、それが昭和四〇年においてとくに著しい。また、EPA法よりセンサス局法の方が概して相関が悪く、四〇年、四一年においてその差は大きい。

回帰係数についても、昭和四〇年以降の喰い違いが著しいが、この場合、センサス局法では、一九五九〜六六年系列および一九五九〜六七年系列は基準系列にくらべて、振幅を小さくしており、一九五九〜六八年系列は基準系列と大差ないか、ほんの僅か上回っている。これに対して、EPA法では、基準系列より振幅の小さいのは一九五九〜六六年系列だけで、他は大差ないか、若干、上回っている。

価格Pに関するこのような結果は、その原因が必ずしも明確ではないが、四〇年以降に著しい発生をみたニューカッスル病の影響があると思われる。この病気の発生のために、ひなの地域間輸送は停止され、その結果、鶏卵の価格形成も著しく歪曲され、かえって変動幅を大きくした場合さえある。このような異常自体が季節要因の以上のような結果をもたらしたと思われる。とくに特異項処理に厳しい基準をもつセンサス局法ⅡX−11においては、この処理がかえって季節要因の連続性をさまたげているようである。

（三）調整済み系列の比較

lおよびPの季節要因をその安定性について検討してみると、昭和四〇年以降については必ずしも完全でないことがわかった。計測期間を延長し、新しいデータを追加するたびに、季節要因の振幅に若干の違いが発生するとすれば、その差は新しい系列においては不規則要因へ編入されることになる。

また移動平均によって趨勢・景気要因を求める場合、系列の両端に欠項が生ずるが、これが補充はセンサス局法においても、EPA法においても、季節要因の近年項目の平均値を求め、それを欠項部分の季節要因として利用しているから、季節要因の歪みは趨勢・景気要因の系列両端の推計にも影響することになる。季節要因が不安定な場合は調整済みデータも歪みをもつわけである。

その上、新データの追加は移動平均に編入されることによって、趨勢・景気要因の旧系列の最近年とは違った新系列を与えることになる。

そこで、計測期間を変えることによってえられた季節調整済み諸系列を相互に比較してみることにする。(8)この場合も、基準系列は一九五九～六九年系列とし、それと他の諸系列との相関および回帰係数を求めてみた。それが第二・三表に一括されている。

この場合、計算の起点を一九六〇年一月にとったので、一九五九年一月から季節調整してあるため、起点には不安定な要素は余りないが、各系列の終点には前述したような不安定性があるから、その点を考慮して、各系列ごとに、経営から六ヵ月を除去した系列の相関と回帰係数をも計算しておいた。それが第二・三表の(2)部分である。(1)はそのような配慮がなされていない。

第2・3表　lのＴＣＩに関する1959～69年月次データと他の月次データとの相関および回帰

			常数項	回帰係数	相関係数	ダービン・ワトソン比
センサス局法	1959～1966	(1)	−807.0541	1.1085 (0.0444)	0.9394	0.3899
		(2)	−192.8574	1.0301 (0.0334)	0.9619	0.7328
	1959～1967	(1)	−863.3959	1.1067 (0.0304)	0.9661	0.3535
		(2)	−367.4615	1.0465 (0.0254)	0.9748	0.5231
	1959～1968	(1)	−543.1906	1.0621 (0.0111)	0.9942	0.5059
		(2)	−169.3483	1.0200 (0.0102)	0.9950	0.5846
EPA法	1959～1966	(1)	−367.4967	1.0458 (0.0279)	0.9717	0.2537
		(2)	− 45.2985	0.9946 (0.0178)	0.9879	0.4455
	1959～1967	(1)	−324.5826	1.0385 (0.0213)	0.9806	0.3023
		(2)	− 47.6638	1.0048 (0.0166)	0.9881	0.4940
	1959～1968	(1)	−261.7760	1.0287 (0.0086)	0.9963	0.4001
		(2)	6.7942	0.9990 (0.0066)	0.9978	0.4738

注1. 計測の起点は1960年1月.
2. (1)は計測の終点を各データの終点と一致させたもの.
(2)は計測の終点を各データの終点6ヵ月前としたもの.

相関係数は概して高いが、センサス局法にくらべて、ＥＰＡ係数の方がより高い。また、一九五九〜六九年系列との回帰であるため、この系列に近い計測期間をもつ系列ほど相関が大きくなっている。

また、計測期間を六ヵ月違えた(1)と(2)との関係は、やはり不安定な項目を落した(2)の方が僅かに高い相関を示している。

回帰係数についてはｔ検定ないしＦ検定を

してみる必要があるが、おおざっぱな観察によれば、ほとんど一・〇に近い係数であるから、振幅は大体一致しているとみてよい。ただ、厳密にみれば、計測期間の終点が過去へゆく系列ほど、僅かに振幅が大きくなっているようである。

センサス局法とEPA法とをくらべると、EPA法の方が、回帰係数がより一・〇に近いようである。EPA法では計測期間が違っても余り大きな違いは認められない。

系列の末端六ヵ月の問題についていえば、やはりその六ヵ月を排除した系列の方が回帰係数は一・〇に近く、安定した調整済み系列を示しているようである。

ただ、どの系列も僅かの喰い違いをもっており、それが相関の高い、回帰係数の一・〇に近い方程式のなかに入って、系列相関を発生させ、ダービン・ワトソン比を著しく低いものにしている。しかし、センサス局法の一九五九〜六六の(1)および(2)の二系列を除いて、他は大筋としては余り大きな差はないとみるべきであろう。

注(1) データは次のような出所である。

l……農林省統計調査部『にわとりひなふ化羽数』

T……農林省統計調査部『成鶏めす羽数と鶏卵生産量』

F……農林省統計調査部『農村物価賃金調査』

P……日本銀行『卸売物価指数』

(2) 厳密には、この想定はひなえ付羽数の需要側の要因とも関係している。

(3) 日本産業構造研究所『鶏卵の需給循環と需給構造に関する調査研究』(昭和四一年)。

(4) b_1, b_2, b_3 の符号はすべてプラスで、かつ $0 \leqq b_3 < 1$ でなければならない。

(5) Tの季節要因は変化が急激でないので、安定性が高い。Fはほとんど季節性がないに等しい。したがって、この両者

については、一九五九〜六九年の期間について季節調整し、それをすべての期間の供給関数の計測に用いることにした。

(6) 計測期間を添字で示せば、要するに次のような方程式を計算したわけである。

$$S_{59\sim66}=b_0+b_1\,S_{59\sim69}$$
$$S_{59\sim67}=b_0+b_1\,S_{59\sim69}$$
$$S_{59\sim68}=b_0+b_1\,S_{59\sim69}$$

これをlとPの季節要因について求めた。

(7) 一戸当たり採卵鶏羽数は次のように変化した。

昭和三七年……一〇羽、昭和四〇年……三一羽、昭和四四年……五七羽。

(8) この場合、次のような式が計算された。

$$TCI_{59\sim66}=b_0+b_1\,TCI_{59\sim69}$$
$$TCI_{59\sim67}=b_0+b_1\,TCI_{59\sim69}$$
$$TCI_{59\sim68}=b_0+b_1\,TCI_{59\sim69}$$

これをlについて計算した。

三　供給関数の計測

(一) 計　測　結　果

前節において、ひなえ付羽数lおよび鶏卵卸売価格の季節要因を検討した結果、昭和四〇年以降において、その振幅に若干の不安定性の存在することが認められた。これは不規則要因の不安定性にも反映し、終局的には季節調整済み系列の不安定性を結果することになったのであるが、その程度は甚だしく大きいというものではなかった。

そこで、ひなえ付羽数の供給関数を計測するにあたり、季節調整済み系列TCIを採用することは、不規則要因

が供給関数におけるランダム・ヴァーリアブルでない限り、必ずしも不当なことではないように思われる。他方、ひなえ付羽数なり、鶏卵卸売価格なりを、それだけ独立にみた場合、その季節調整の過程で、不規則要因は全くランダムな動きをするものとして抽出されている。その点に着目する限り、供給関数の計測には趨勢・景気要因からのみなるTC系列を採用すべきであろう。いずれが計測上より好ましいかは、一般的な議論に委ねるには、なお事実認識を欠いているように思われる。

したがって、以下では供給関数を二種類の系列の各々について実測し、その結果の比較を通して、問題点をより鮮明ならしめる必要があるだろう。供給関数の採用変数ならびに関数型については、前節で既に述べてあるので、ここでは直ちに計測結果の説明に入ることにしよう。

第三・一表はセンサス局法によって季節調整した系列を用いて、供給関数を計測したものである。系列は前節と同様に計測期間を変えて四種類ある。また、その各系列はTC系列とTCI系列の二種類を含み、したがって推計された方程式は全部で八本あるわけである。

第三・一表の結果をみると、パラメータはTC系列を用いた場合と、TCI系列を用いた場合とでかなりの開きが認められる。もちろん、TC系列とTCI系列との各々についても、計測期間が違えば、パラメータの推計値も違っているのであるが、その違いよりはTC系列とTCI系列とによって発生する推計差の方が大きいように思われる。T_{-1} および $(P/F)_{-3}$ の係数である b_1 と b_2 についてはTCI系列の方が大きく、L_{-1} の係数 b_3 についてはTC系列の方が大きい。

相関係数はTC系列の方が極めて高いが、ダービン・ワトソン比は極めて小さい。回帰係数の値は概してTC系

第3・1表　月次データによる供給関数

(1)　センサス局法Ⅱ X—11

			b_0	b_1	b_2	b_8	相関係数	ダービン・ワトソン比
T	1959～1966	係数 標準偏差	−2798.0013	0.1341 (0.0293)	14099.336 (0.0258)	0.8838 (2106.0002)	0.9882	0.2613
	1959～1967	係数 標準偏差	−2550.0733	0.1287 (0.0308)	12630.146 (2305.7745)	8941.4502 (0.0272)	0.9873	0.1973
C	1959～1968	係数 標準偏差	−3223.6068	0.1536 (0.0260)	15889.072 (2018.2663)	0.8715 (0.0230)	0.9925	0.2242
	1959～1969	係数 標準偏差	−2673.8973	0.1343 (0.0263)	1299.1845 (209.2542)	0.8941 (0.0228)	0.9941	0.2435
T	1959～1966	係数 標準偏差	−3177.6330	0.2217 (0.0694)	18535.2272 (4995.2548)	0.7535 (0.0615)	0.8969	1.8056
C	1959～1967	係数 標準偏差	−3279.0716	0.2178 (0.0569)	18490.7162 (4308.3706)	0.7676 (0.0536)	0.9198	1.7297
I	1959～1968	係数 標準偏差	−3462.5692	0.2117 (0.0543)	18796.5390 (4297.4632)	0.7849 (0.0492)	0.9393	1.6455
	1959～1969	係数 標準偏差	−3058.8505	0.2118 (0.0515)	1639.2648 (394.3216)	0.7948 (0.0476)	0.9520	1.7431

注．回帰式は $l=b_0+b_1T_{-1}+b_2(P/F)_{-8}+b_8l_{-1}$ である．
ここで l はひなえ付羽数，T は成鶏めす総羽数，P は鶏卵卸売価格，F は飼料価格指数．

第3・2表　月次データによる供給関数

(2)　EPA法X—4

			b_0	b_1	b_2	b_8	相関係数	ダービン・ワトソン社
TC	1959～1966	係数 標準偏差	−2470.5435	0.1075 (0.0232)	1396.1329 (184.1642)	0.8735 (0.0232)	0.9894	0.3665
	1959～1967	係数 標準偏差	−2333.8342	0.1110 (0.0236)	1274.5253 (194.4073)	0.8833 (0.0241)	0.9885	0.2572
	1959～1968	係数 標準偏差	−2859.1315	0.1312 (0.0212)	1504.4311 (176.4887)	0.8723 (0.0212)	0.9929	0.2892
	1959～1969	係数 標準偏差	−2650.6472	0.1213 (0.0182)	1339.9510 (152.2925)	0.8956 (0.0180)	0.9954	0.2819
TCI	1959～1966	係数 標準偏差	−2838.8667	0.1716 (0.0538)	1780.7610 (417.6401)	0.7752 (0.0529)	0.9255	1.9117
	1959～1467	係数 標準偏差	−2603.1870	0.1704 (0.0477)	1620.9812 (387.0922)	0.7869 (0.0499)	0.9323	1.8947
	1959～1969	係数 標準偏差	−3187.9310	0.1872 (0.0439)	1825.8731 (360.9188)	0.7913 (0.0444)	0.9548	1.8559
	1959～1969	係数 標準偏差	−2858.0983	0.1788 (0.0408)	1576.0384 (323.1916)	0.8183 (0.0414)	0.9667	1.9731

注．回帰式は $l=b_0+b_1T_{-1}+b_2(P/F)_{-8}+b_8l_{-1}$ である．
ここで l はひなえ付羽数，Tは成鶏めす総羽数，Pは鶏卵卸売価格，Fは飼料価格指数．

列の方がよいようである。つまり、ダービン・ワトソン比を除けば、TCI系列の方が統計的にやや劣っているといえよう。

EPA法を用いて季節調整をおこなった系列についても、供給関数の推計はセンサス局法系列についていわれたこととほとんど同じことがあてはまる。第三・二表がそれである。

ここでもb_1・b_2の推計値はTC系列の方がTCI系列より低く、b_3のそれは高い。それらのt値や相関係数はTC系列の方がよいが、ダービン・ワトソン比はTCI系列の方がまさっている。

センサス局法とEPA法と、両系列による供給関数の推計結果をくらべると、相関係数とダービン・ワトソン比で、EPA法の方が若干よいようである。前節でもみたように、TCI系列はEPAの方が安定していたことと関連していると思われる。

回帰係数では、b_1・b_2についてセンサス局法の方が僅かに高く、b_3についてEPA法の方が僅かに低い。

(二) 系列相関の問題

TC系列とTCI系列との各々について、供給関数を計測した場合、上にみたように、相関係数ならびに回帰係数のt値がTC系列を用いた場合で良好であったことは、おそらく不規則要因をランダム・ヴァーリアブルとみなすことによって説明がつくように思われる。不規則要因が線型回帰モデルのランダム・ヴァーリアブルと同質のものであるとするなら、これを含むTCI系列の方が統計的に好ましくない結果をもたらすことは当然といわねばならない。第三・一表ならびに第三・二表の結果はある程度、これを裏付けているように思われる。

しかし、ダービン・ワトソン比がTC系列においてよくないことは、これを何で説明することができるだろうか。一つ思いつくことは、ここで推計した供給関数が、ラチェット効果として、一月前のひなえ付羽数l_{t-1}を含んでいるという点である。ひなえ付羽数lの供給は、成鶏めす羽数および鶏卵相対価格によって説明されているが、それは単に一月前のTや三月前のP／Fばかりでなく、過去の一連のそれらに関する経験の上に成り立っているものと思われる。それらの効果を一月前のlによって代表させ、方程式を簡略化したのであるが、このことは統計学的には自己相関の問題を提起することになる。

従属変数をY、独立変数をX、ランダム・ヴァーリアブルをuとすると、

$$Y_t=\alpha_0X_t+\alpha_1X_{t-1}\cdots+u_t$$

ここで、係数に次のような仮定を導入すると、Y_tの式は単純化される。

$$\alpha_i=\alpha\lambda^i,\qquad i=1,2,\cdots,\qquad 0\leqq\lambda<1$$

$$Y_t=\alpha X_t+\alpha\lambda X_{t-1}+\cdots+u_t$$

t-1でもこの関係は成立するから

$$Y_{t-1}=\alpha X_{t-1}+\alpha\lambda X_{t-2}+\cdots u_{t-1}$$

Y_{t-1}をλ倍して、Y_tの式に代入すると、

$$Y_t=\alpha X_t+\lambda Y_{t-1}+(u_t-\lambda u_{t-1})$$

となる。

ここで、$\varepsilon_t=u_t-\lambda u_{t-1}$が古典的線型回帰モデルの仮定(1)を充たさなくては、αとλの推計はその斉合性を保証され

第3・3表　月次データによる供給関数

(3)　センサス局法ⅡX—11およびEPA法X—4によるTC系列

		b_0	b_1	b_2	相関係数	ダービン・ワトソン比
センサス局法	係　数	−13597.81	1.0573	7127.27	0.9129	0.8580
1959～1969TC	標準偏差		(0.0443)	(556.91)		
EPA法	係　数	−10413.68	0.9074	6229.99	0.8926	0.0741
1959～1969TC	標準偏差		(0.0428)	(547.51)		

注．回帰式は $l=b_0+b_1T_{-1}+b_2(P/F)_{-3}$ である．

ここで l はひなえ付羽数，Tは成鶏めす総羽数，Pは鶏卵卸売価格，Fは飼料価格指数．

ない。しかし、u_tが古典的線型回帰モデルの仮定を充たせば、今度はϵ_tが自己相関を発生させるのである。一般に

$$u_t=\xi u_{t-1}+\epsilon_t \qquad 0\leqq\xi<1$$

にし、

$$\sum_{t=1}^{n}Z_t^2=\sum_{t=1}^{n}(Y_t-\hat{\alpha}X_t-\hat{\lambda}Y_{t-1})^2$$

とおくと、αとλとの斉合的推計は、

$$\begin{cases}\alpha\sum X_t^2+\lambda\sum X_tY_{t-1}=\sum X_tY_t\\ \alpha\sum X_tY_{t-1}+\lambda\sum Y_{t-1}^2=\sum Y_tY_{t-1}+\dfrac{(\lambda-\xi)\sum Z_t^2}{1-\xi\lambda+\lambda(\lambda-\xi)}\end{cases}$$

を解くことによってえられる。(2) しかし、ξは既知ではないから、この推計は困難である。

ところで、ひなえ付羽数の供給関数に、一月前のlを採用しなかった場合どうなるだろうか。第三・三表は一九五九～六九年データについて、それを求めてみたものである。センサス局法にしろ、EPA法にしろ、いずれの系列を用いても、TC系列ではダービン・ワトソン比は改善されず、むしろ更に小さな値を提供している。

そうすると、TC系列においてダービン・ワトソン比が悪いのは、一概にラチェット効果としてのl_{-1}の採用にのみ帰するわけにいかないものがある

ように思われる。

TC系列はその両端欠項の補充問題を除けば、基本的には移動平均によって作成されたものといえよう。原系列が次のような式であらわされたとしよう。

$$O_t=b_0+b_1X_t+S_t+I_t+U_t$$

ここで、S_tは季節要因、I_tは不規則要因、U_tはI_t以外のランダム・ヴァーリアブルとする。これらの要因を除けば、原系列はX_tによって説明されるものとする。

さて、移動平均は通常、加重されるから、ウエイトをW_tとすると、N項移動平均では、

$$TC=\sum_{t=1}^{N}W_tO_t=\sum_{t=1}^{N}b_0+b_1\sum_{t=1}^{N}W_tX_t+\sum_{t=1}^{N}W_tS_t+\sum_{t=1}^{N}W_tI_t+\sum_{t=1}^{N}W_tU_t$$

ここで $\sum W_tS_t=0$, $\sum W_tI_t=0$ とする。また、$\sum W_tX_t=\bar{X}_t$, $\sum W_tU_t=\bar{U}_t$ とすると、

$$TC=Nb_0+b_1\bar{X}_t+\bar{U}_t$$

となる。したがって、

$$E(\bar{U}_t\bar{U}_{t-1})=E[(\sum W_tU_t)(\sum W_tU_{t-1})]$$

$$=E(\sum_{2}^{N}W_tW_{t-1}U_{t-1}^2)=\sigma_u^2\sum_{2}^{N}W_tW_{t-1}\neq 0$$

ただし、

$$E(U_tU_s)=\begin{cases}0 & t\neq S\\ \sigma_u^2 & t=S\end{cases}\qquad t, S=1, \cdots, N$$

ウエイトW_tはN項の中央項周辺で最も大きな値を示すから、その周辺のウエイトの積も決して零に近似することはないだろう。かくして、原系列において、ランダム・ヴァーリアブルが系列相関をもたないとしても、移動平均をほどこしたTC系列では、それを用いて線型回帰モデルを推計すれば、そのランダム・ヴァーリアルブは系列相関を発生させる可能性をもつだろう。一期前従属変数を独立変数に採用しなくても、ダービン・ワトソン比を小さくする原因はTC系列そのものの中に既に含まれているのである。

注(1) $E(\varepsilon_t\varepsilon_s)=0,\ t\neq s$

$E(U_tU_s)=0,\ t\neq s$

両方が同時に成立することはできない。

(2) これは L. M. Koyck, *Distributed Lags and Investment Analysis*, Amsterdam, 1954 にみられる。コイックはξに種々の値を与えて試行錯誤的にαとλを求めることを推薦している。

四　不規則要因と変数誤差

(一) 不規則要因と残差

前節でTCI系列を用いた供給関数は相関係数や回帰係数の値が、TC系列を用いた場合より悪かった。その理由としては、TCI系列には不規則要因が含まれていることが指摘された。しかし、他方では不規則要因は回帰モデルの中では有意性をもってくるのではなかろうかということが考えられた。不規則要因の回帰モデルにおけるランダムネスと有意性との問題がここでは検討されねばならない。

このためには、まずTCI系列によって計測された供給関数の残差項が、そこで採用された変数の不規則要因と

第4・1表　回帰式による残差と不規則要因との相関行列

	不規則要因			
	センサス局法ⅡX—11		EPA法X—4	
	l	P	l	P
1959 ～ 1966	0.692	−0.189	0.692	−0.273
1959 ～ 1967	0.646	−0.210	0.679	−0.251
1959 ～ 1968	0.602	−0.160	0.668	−0.135
1959 ～ 1969	0.615	−0.156	0.643	−0.096

何らかの関係をもっているかどうかを吟味する必要がある。第四・一表は前節のTC系列の供給関数の残差とひなえ付羽数lおよび鶏卵卸売価格Pの不規則要因との単相関を示したものである。センサス局法の場合も、EPA法の場合も、ほとんど似たような結果をもたらしている。このうち鶏卵価格とのそれは〇・二前後で、格別高い値とも思われないが、ひなえ付羽数との相関は〇・六〇〜〇・七〇の間にあり、決して低い値とはいえない。

しからば、TCI系列による供給関数の残差項は、その約三分の二がひなえ付羽数lの不規則要因であったかということになるだろう。しかし、この点には十分注意してかからねばならない問題がある。第一に、季節調整における不規則要因は十分ランダマイズされるように処理されているから、極端な場合、一〇〇の平均に対してそれを越えるものと、それを下回るものとが、交互に出現するように配列されているだろう。他方、供給関数の残差項も理想的には、プラスとマイナスが交互になるように配列されるだろう。そうすると、両者の変動の方向は正比例ないし反比例することになり、高い相関係数を示すことになるのである。しかし、そうであるからといって、不規則要因が関数関係の中で消化されずに、残差項の中に編入されたとみる理由はないのである。

第二に、ひなえ付羽数のように、従属変数の不規則要因が残差項に混入しても、

第4・2表　供給関数による予測チェック

	センサス局法ⅡX—11		EPA法X—4	
	TCデータによるチェック	TCIデータによるチェック	TCデータによるチェック	TCIデータによるチェック
相関係数	0.62052	0.81587	0.96434	0.92720
フォン・ノイマン比	0.60279	1.65048	0.77940	1.48948
タイルのU	0.03109	0.27551	0.10514	0.13552

注．1959〜1967年月次データによる供給関数，$l=b_0+b_1T_{-1}+b_2(P/F)_{-3}+b_3l_{-1}$ で1968年全月の l を予測し，その値を l の1959〜1969年月次データの実績でチェックしたものである．

供給関数のパラメータの推計には余り大きな影響を与えないだろう。回帰モデルの相関を悪くし、回帰係数の標準偏差を大きくするとしても、パラメータの推計は斉合性を保たれる場合があるのである。(1)

第四・二表は一九五九〜六七年のTCI系列で推計された供給関数を用いて、一九六八年のひなえ付羽数を予測し、その予測値を一九五九〜六九年について季節調整したTC系列およびTCI系列の一九六八年の実績と比較したものである。EPA法で調整した系列は、相関係数とタイルのUでは比較的良好な結果を与えている。フォン・ノイマン比は若干よくないが、全体としてはそんなに悪い結果ではない。これに対して、センサス局法によって調整した系列は、余りよい結果を与えていない。これをみると、推計問題は季節調整法そのものの違いにあるのであって、不規則要因を含めるかどうかということは、それ自体としては重大な問題ではないようにも思われる。

しかし、不規則要因を含めるかどうかで、前節にみたように、パラメータの推計値に喰い違いが発生しているのである。この点は更に追求されねばならぬ点である。

(二)　独立変数に誤差を含む場合

不規則要因が供給関数の変数にとって、とくに独立変数にとって誤差である場合、これは普通最小自乗法のパラメータ推計にバイアスを発生させることになる。変数の観測値をX_iとY_i、それらの真の値をχ_iとφ_i、それらの誤差をU_iとV_iとし、真の値の間に

$$\varphi_i=\alpha+\beta\chi_i$$

という関係が成立するとすると、

$$Y_i=\alpha+\beta X_i+W_i$$

ただし、$W_i=V_i-\beta U_i$である。

この場合、Y_iの式のランダム・ヴァーリアブルWは、もはやX_iから独立ではない。

$$E\{W[X_i-E(X_i)]\}=E\{(V_i-\beta U_i)(U_i)\}=-\beta\,\mathrm{Var}(U_i)\neq 0$$

これは古典的線型回帰モデルの仮定の一つを破るものであって、これに普通最小自乗法を適用すれば、パラメータβの推計値bにはバイアスが発生するだろう。

$$b=\frac{\sum(X_i-\bar{X})(Y_i-\bar{Y})}{\sum(X_i-\bar{X})^2}$$

これをχ_iとφ_i、およびU_iとV_iであらわし、確率的極限値を求めると、

$$\mathrm{Plim}\ b=\frac{\beta\sum(\chi_i-\bar{\chi})^2}{\sum(\chi_i-\bar{\chi})^2+\sum(U_i-\bar{U})^2}=\frac{\beta}{1+\sigma_u^2/\sigma_\chi^2}\neq\beta$$

となる。

独立変数が誤差を含む場合、バイアスを発生しないようにパラメータを推計する方法には、現在のところ、古典的方法、観測値グルーピング法、操作変数法の三種類がある。(2) このうち、ここでは古典的方法を適用してみよう。古典的方法は誤差に正規分布を仮定し、その開発は自然科学に由来しているから、社会現象にどの程度の適用性をもつかは疑問であるが、その計算手順は次のようになる。

いまX_{1i}とX_{2i}との二変数の場合を想定し、その真の値をχで、誤差をUで示すことにする。また、両変数の関係を陰関数で示そう。(3)

$$X_{1i}=\chi_{1i}+U_{1i}$$

$$X_{2i}=\chi_{2i}+U_{2i}$$

$$\alpha_0+\alpha_1\chi_{1i}+\alpha_2\chi_{2i}=0 \qquad i=1,\ \cdots,\ n$$

ここで誤差は相互に、かつ系列的に相関がないとする。その分散はσ_1^2とλ_2^2で示す。また、分散の間には

$$\sigma_2^2=\lambda\sigma_1^2$$

という関係が成立していると仮定しよう。

$$S=\frac{1}{\sigma_1^2}\sum_{i=1}^{n}(X_{1i}-\chi_{1i})^2+\frac{1}{\lambda\sigma_1^2}\sum_{i=1}^{n}(\chi_{2i}-\chi_{2i})^2+\sum_{i=1}^{n}\mu_i(\alpha_0+\alpha_1\chi_{1i}+\alpha_2\chi_{2i}) \qquad i=1,\ \cdots,\ n$$

ただし、μ_iはラグランヂュ乗数である。

このSを最小にするようにχ_{1i}、χ_{2i}、α_0に関して偏微分し、χ_{1i}とχ_{2i}との平均値がX_{1i}とX_{2i}との平均値に一致することを知り、上式Sを平均値からの開差の形で表現する。その開差をX_{1i}、X_{2i}、χ_{1i}、χ_{2i}で示すことにすると、μ_iと組み合

わされる条件式は $\alpha_1\chi_{11}+\alpha_2\chi_{21}=0$ となる。

この開差の式とその χ_{11}、χ_{21}、α_0 に関する偏微分の結果とを利用し、変換することによって、最終的には次のような式の最小化をおこなうことにする。[4]

$$S^*=\sum(\alpha_1X_{11}+\alpha_2X_{21})^2-\mu[\sigma_1^2(\alpha_1^2+\lambda\alpha_2^2)-k]$$

α_1 および α_2 に関して S^* を偏微分し、X_{11}、X_{21} の二次のモメントをmに添字をつけてあらわすことにすると、S^* の α_1、α_2 に関する最小化は次のような連立方程式を与えることになる。

$$(m_{11}-\gamma)\alpha_1+m_{12}\alpha_2=0$$

$$k_2m_{12}\alpha_1+(k_2m_{22}-\gamma)\alpha_2=0$$

ただし、ここで、

$$\gamma=\mu\sigma_1^2/n,\quad k_2=1/\lambda \text{ すなわち } k_2\sigma_2^2=\sigma_1^2$$

である。

上の連立方程式は一種の固有値問題であって、

$$\begin{vmatrix} m_{11}-\gamma & m_{12} \\ k_2m_{12} & k_2m_{22}-\gamma \end{vmatrix}=0$$

を充たす γ のうち、最小の根を求め、それに対応する α_1 と α_2 とが算定される。この場合、α_2 と α_1 は α_2/α_1 という比率で固定される。最後に X_{11} と X_{21} の平均値 $\bar{X}_1$ と $\bar{X}_2$ とによって、

第４・３表　誤差を含む変数のパラメータに関する古典的接近
（1959～1969データ）

	l	T_{-1}	$(P/F)_{-3}$	l_{-1}
1. $k_i=\sigma_1^2/\sigma_i^2$ センサス局法ⅡX―11	1.0000	82.393	39×10^6	0.7997
ＥＰＡ法X―4	1.0000	88.222	23×10^6	0.9982
	b_0	b_1	b_2	b_3
2. パラメーター推計値 センサス局法ⅡX―11	―	0.1289	−1665.2464	0.9748
ＥＰＡ法X―4	―	0.1143	−1439.9698	1.01778

$$\frac{\alpha_0}{\alpha_1}=-\bar{X}_1-\frac{\alpha_2}{\alpha_1}\bar{X}_2$$

α_0／α_1が求められる。

この関係は容易に多変数の場合に拡張されよう。ひなえ付羽数の供給関数についていえば、変数は全部で四箇ある。それら各変数の不規則要因を誤差とみなし、それらの分散を算定し、そのlの分散σ_1^2と他の変数のそれσ_i^2($i=2, 3, 4$)との比率k_i ($i=2, 3, 4$)を求める。これは第四・三表に示されている。このk_iと各変数の自乗ないし相互の二次モメントm_{jl} ($j, l=1, 2, 3, 4$)を計算し、k_iと組み合わせることによって四元の行列を作成し、その固有値を計算する。最後にその固有値のうち最小のものにより、それと対応する固有ベクトルを算出する。その第一要素に対する比率は求める方程式のパラメータである。また、各変数の平均値と対応するパラメータとから、方程式の常数項を求める。

かくしてえられた結果が第四・三表に掲載されているが、これは前節の供給関数のどのパラメータにも近似しておらず、これを供給関数のバイアスのないパラメータの推計値とみなすことは困難である。(5)

すなわち、各変数の不規則要因をその誤差とみなし、古典的接近法を適用

することは失敗したとみなくてはならない。ということは、各変数の不規則要因をその誤差として割り切ってよいという保証はえられなかったことになるのである。

注(1) l と L_t との不規則要因同志の相関係数は、センサス局法で〇・三八五六、EPA法で〇・一三〇二である。以下にみるように、EPA法の系列の方が予測結果がよいのも、このような関係が作用していると思われる。なお、上の相関は一九五九～六九年のデータについて計算された。

(2) J. Johnston, *Econometric Methods*, New York, 1963, Chap. 6による。

(3) これは $\chi_{1t}=(-\alpha_0/\alpha_1)+(-\alpha_2/\alpha_1)\chi_{2t}$ という陽関数を前提している。

(4) この推論過程は J. Johnston. *op. cit.*, 参照。

(5) この結論は合理的ではない。しかし、供給関数の真のパラメータは、前節で求めたTC系列およびTCI系列の推定値の中間ないし近傍にあるだろうという仮定は、常識的には余り無理のあるものとは思われない。

五　四半期データの採用

(一) 四半期データの季節要因

これまでの分析を通して明らかになったことは、第一に、センサス局法とEPA法とを問わず、その季節要因が昭和四〇年以降やや不安定性を示したことである。これは不規則要因や趨勢・景気要因に影響したが、季節調整済み系列についてみるならば、その影響は過大評価されるべきものではない。

第二に、不規則要因は季節要因の影響を受け、それ自体相対的なものであるばかりでなく、それ本来の内容からしても、回帰モデルのランダム・ヴァーリアブルと同質のものと考えられる。したがって、これを含むTCI系列による供給関数は、ダービン・ワトソン比以外では、TC系列のそれより統計的検定において若干劣っている。供

給関数の残差との相関もある程度認められるようである。しかし、それは季節調整法いかんでは、パラメータの推計に必ずしもバイアスを発生させる種類のものではないかもしれない。

そこで、独立変数の不規則要因を、その誤差とみなし、誤差の分散比率から、バイアスのないパラメータ推計を古典的方法で試みたが、成功はしなかった。

したがって、不規則要因が回帰モデルの中で、従属変数と独立変数とを関係づける上に有意性をもつという仮定を完全に否定し去ることはできなかった。

第三に、不規則要因を含まぬTC系列は、移動平均の性格からして、回帰モデルにおいては系列相関を発生し易い特質をもっている。事実、ひなえ付羽数の供給関数ではTCI系列のそれにくらべて、ダービン・ワトソン比がはるかに小さく、系列相関の存在を暗示しているが、これは独立変数にラチェット効果として挿入された L_{-1} の影響というよりは、TC系列独自の欠陥から発生してくるものと考えられる。

かくして、ひなえ付羽数の供給関数はTC系列とTCI系列とで、そのパラメータの推計値に、ある程度の開差を発生させるが、その開差が何が原因で生まれたか、必ずしも明らかにはならない。あるいは、いずれの系列の推計値が斉合性があるか、断定することはむずかしい状態にある。おそらく、TCI系列の不規則要因と、TC系列の系列相関との両方が作用して、いずれもバイアスのある推定値をもたらしたのではないかと思われる。

この問題を解決するには幾つかの方法が考えられる。たとえば、TC系列の系列相関を除くために、二回最小自乗法(1)や三回最小自乗法(2)を適用してみるのもその一つであろう。しかし、これは他日にゆずり、ここではもっと単純な、それだけに実用的な方法を提案する。それは月次に季節調整された系列を、三ヵ月ごとに合計して四半期デー

タを作成し、これについて供給関数を計測することである。

月次データを三ヵ月合計すると、TCIデータについては、そこにある不規則要因のうち、ランダムネスな部分が相殺され、比較的誤差の少ない系列ができるはずである。とくに季節要因の変化が激しい場合、三ヵ月合計はそれを緩和する働きがある。

たとえば、ひなえ付羽数は二、三、四の三ヵ月間に高いが、その季節要因は減少しつつある。これに対して、五、六、七の三ヵ月間は数量は低いが、季節要因は増加しつつある。これを一、二、三の三ヵ月と、四、五、六の三ヵ月とにくくれば、季節要因の変化は緩和され、季節要因の安定性は高くなるだろう。季節要因が安定化すれば、不規則要因、その他の安定度も高まるはずである。

第五・一表および第五・二表は第二節の第二・一表と第二・二表と同じ発想を、四半期データに適用してみたものである。相関係数はセンサス局法、EPA法、いずれも完全に近い値を示している。また、その振幅を知る上で重要な回帰係数も大部分が一・〇ないしそれに近い値を示している。例外はセンサス局法の昭和四〇年以降、とくに一九五九〜六六年l系列の昭和四二年の値である。これは既述のように、経営の大規模化に伴うニューカッスル病の集団発生が、計測期間が短いので、十分に処理されていないため生じたものであろう。

EPA法の季節要因は昭和四〇年以降についても、かなり安定性が高いようである。

なお、lの季節要因は月次の場合、計測期間の短いほど、振幅が大きく出ていたし、Pのそれは振幅が小さく出ていたが、四半期データでは、lは逆にやや小さ目に出ており、Pのそれはほとんど不変の状態となっているのである。

第5・1表　1959〜1969年四半期データと他の四半期データとの季節要因の相関と回帰

(1)　センサス局法Ⅱ X—11

		l			P		
		1959〜1966	1959〜1967	1959〜1968	1959〜1966	1959〜1967	1959〜1968
昭和35年	相関係数	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
	回帰係数	0.994	0.998	1.000	1.004	1.002	0.999
36	相関係数	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
	回帰係数	0.989	0.996	0.999	1.006	1.003	0.999
37	相関係数	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
	回帰係数	0.982	0.993	0.998	1.007	1.005	0.999
38	相関係数	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
	回帰係数	0.968	0.987	0.996	1.008	1.006	0.999
39	相関係数	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
	回帰係数	0.945	0.979	0.994	1.012	1.012	0.998
40	相関係数	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
	回帰係数	0.907	0.961	0.991	1.013	1.013	0.998
41	相関係数	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
	回帰係数	0.873	0.942	0.994	1.021	1.020	0.998
42	相関係数	—	1.000	1.000	—	1.000	1.000
	回帰係数	—	0.923	0.978	—	1.022	0.997
43	相関係数	—	—	1.000	—	—	1.000
	回帰係数	—	—	0.973	—	—	0.994

注．小数点以下四桁目四捨五入．

第5・2表　1959～1969年四半期データと他の四半期データとの季節要因の相関と回帰

(2)　ＥＰＡ法Ｘ－4

		l			P		
		1959～1966	1959～1967	1959～1968	1959～1966	1959～1967	1965～1968
昭和35年	相関係数	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
	回帰係数	1.001	1.001	1.000	1.001	1.000	1.001
36	相関係数	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
	回帰係数	1.000	1.000	1.000	1.000	0.999	1.000
37	相関係数	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
	回帰係数	1.000	1.001	1.000	0.998	0.999	0.999
38	相関係数	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
	回帰係数	0.999	1.000	0.999	1.000	1.001	0.999
39	相関係数	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
	回帰係数	0.994	1.000	1.000	1.001	1.002	1.000
40	相関係数	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
	回帰係数	0.978	0.998	1.000	1.004	1.003	1.000
41	相関係数	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
	回帰係数	0.941	0.982	1.000	1.006	1.003	0.997
42	相関係数	—	1.000	1.000	—	1.000	1.000
	回帰係数	—	0.963	0.998	—	1.003	0.993
43	相関係数	—	—	1.000	—	—	1.000
	回帰係数	—	—	0.992	—	—	0.988

注．小数点以下4桁目四捨五入

(二) 四半期データの供給関数

次にTC系列が三ヵ月ごとに合計されて四半期データとなった場合、どのようなことが起こるだろうか。第三節の記号を用いると、$\bar{U}_t=\sum W_tU_t$ であるから、三ヵ月合計は $\sum_{i=-1}^{1}\bar{U}_{t+i}=\sum_{t=1}^{N+1}(\sum_{i=-1}^{1}W_{t+i})U_t$（ただし $W_{N+1}=W_{N+2}=W_{N+3}=0$）となる。三ヵ月合計の一期前のランダム・ヴァーリアブルは $\sum_{i=-1}^{1}\bar{U}_{t-3+i}=\sum_{t=1}^{N+1}(\sum_{i=-1}^{1}W_{t+i})U_{t-3}$ である。両者の系列相関は次のようになる。

$$E[(\sum_{i=-1}^{1}\bar{U}_{t+i})(\sum_{i=-1}^{1}\bar{U}_{t+i-3})]=E\{[\sum_{t=1}^{N+1}(\sum_{i=-1}^{1}W_{t+i})U_t][\sum_{t=1}^{N+1}(\sum_{i=-1}^{1}W_{t+i})U_{t-3}]\}=\sigma_u^2(\sum_{i=+1}^{1}W_{t+i-3})(\sum^{1}W_{t+i})$$

ウエイトは移動平均の中央項を離れるにつれて小さくなるものとすれば、四半期データの場合の最大の系列相関は、三項目の間隔をおいたウエイトの掛け合わせを含むから、隣接ウエイトの掛け合わせを含む月次データの最大の系列相関よりは一般に小さくなるはずである。つまり四半期データの方が月次データよりも、TC系列は系列相関を弱めるはずである。

第五・三表と第五・四表は第三節の第三・一表と第三・二表と対応した供給関数を示している。四半期データによる供給関数の方が月次を用いた場合よりは、パラメータの推計値は、TC系列とTCI系列とで接近している。すなわち、月次にくらべて、TC系列の b_0・b_1 は増加し、TCI系列のそれは減少し、b_3 は両系列で逆に動いて、いずれの場合も、互いに近似してきている。

また、TC系列のダービン・ワトソン比はかなり改善されている。ただ相関係数は月次データによる場合よりも低下している。これはサムプル数が減少したので、自由度修正の効果が出たというふうにも考えられるが、その効

第5・3表　四半期データによる供給関数

(1)　センサス局法Ⅱ X—11

			b_0	b_1	b_2	b_3	相関係数	ダービン・ワトソン比
TC	1959～1966	係数 標準偏差	−21223.08	1.2428 (0.3922)	11093.48 (2432.53)	0.6478 (0.1027)	0.9260	1.5667
	1959～1967	係数 標準偏差	−25877.31	1.8954 (0.4745)	13686.07 (3109.03)	0.4525 (0.1264)	0.8813	0.9964
	1959～1968	係数 標準偏差	−26165.94	1.4339 (0.3046)	12962.18 (2050.22)	0.6338 (0.0821)	0.9598	1.3981
	1958～1969	係数 標準偏差	−25649.83	1.3758 (0.2888)	12523.53 (2195.92)	0.6240 (0.0846)	0.9684	1.1015
TCI	1959～1966	係数 標準偏差	−19740.34	1.3317 (0.4820)	11517.97 (3383.03)	0.4988 (0.1398)	0.8164	2.2211
	1959～1967	係数 標準偏差	−20576.79	1.4229 (0.4261)	11790.05 (3246.54)	0.4808 (0.1307)	0.8313	1.9806
	1959～1968	係数 標準偏差	−24475.73	1.4954 (0.3850)	13079.87 (2969.30)	0.5041 (0.1170)	0.8886	2.0790
	1959～1969	係数 標準偏差	−24841.91	1.5245 (0.3461)	12645.09 (2628.48)	0.5433 (0.1057)	0.9258	1.9443

注．回帰式は $l=b_0+b_1T+b_2(P/F)_{-1}+b_3 l_{-1}$ である．
ここで l はひなえ付羽数，Tは成鶏めす総羽数，Pは鶏卵卸売価格，Fは飼料価格指数．

第5・4表　四半期データによる供給関数

(2)　EPA法X—4

			b_0	b_1	b_2	b_3	相関係数	ダービン・ワトソン比
T	1959～1966	係数 標準偏差	−19071.63	0.9560 (0.2906)	10818.56 (1971.87)	0.6633 (0.0841)	0.9414	1.6243
	1959～1967	係数 標準偏差	−20754.06	1.2480 (0.3430)	11894.98 (2450.16)	0.5597 (0.1021)	0.9074	0.9879
C	1959～1968	係数 標準偏差	−23053.63	1.1919 (0.2425)	12090.37 (1750.31)	0.6545 (0.0737)	0.9636	1.3565
	1959～1969	係数 標準偏差	−22521.98	1.0545 (0.2011)	11422.23 (1598.79)	0.6909 (0.0677)	0.9754	1.1543
T	1959～1966	係数 標準偏差	−21078.95	1.1813 (0.3722)	12435.90 (2771.15)	0.5242 (0.1157)	0.8708	2.4263
	1959～1967	係数 標準偏差	−19226.1	1.1774 (0.3378)	11443.33 (2668.21)	0.5329 (0.1125)	0.8757	2.1534
C	1959～1968	係数 標準偏差	−23693.11	1.3066 (0.29581)	13042.73 (2351.36)	0.5404 (0.0988)	0.9232	2.2601
I	1959～1969	係数 標準偏差	−22914.35	1.2648 (0.2968)	12050.14 (2101.90)	0.59916 (0.0909)	0.9483	2.1871

注．回帰式は $l=b_0+b_1T+b_2(P/F)_{-1}+b_3 l_{-1}$ である．
ここで l はひなえ付羽数，Tは成鶏めす総羽数，Pは鶏卵価格卸売，Fは飼料価格指数．

果は実際には余り大きなものではない。相関係数の低下した理由の一つは、月次の場合にくらべて、関数に若干の変更があったためと思われる。

第一に、成鶏めす羽数Tは月次データでは一月前を採用したが、四半期データでは当期となっている。第二に、鶏卵相対価格P／Fも月次データでは三ヵ月前だったが、四半期データでは一期前となっている。しかし、これらは月次と四半期との関係から当然、なさねばならぬ調整であった。

第三に、供給関数に大きな影響を与えた変更はラチェット効果である。月次データでは一ヵ月前のlが採用されているのに、四半期データでは一期前、つまり三ヵ月前のlが採用されている。この変更が相関係数を下げたと思われる。事実、l_{-1}の偏相関は四半期データの場合で低下しているのである。

その他の点については、月次データの場合の関係と大差がない。統計的検定は、ダービン・ワトソン比を除いて、TC系列の方がTCI系列よりよい。また、センサス局法とEPA法とくらべた場合、EPA法の方が若干統計的にすぐれているようである。パラメータはb_1、b_2ではEPA法の方が低く、b_3ではEPA法の方が高い。

可変的季節調整法を経済時系列に適用した場合、経済分析には不規則要因を含めるべきか否かという問題が発生する。この問題に答えるために分析してきたのであるが、その直接的な解答はえられなかった。しかし、TC系列とTCI系列とに内在する問題はある程度明らかになったし、それらの難点を回避するためには月次で季節調整をしたデータを四半期にくくって使用することが望ましいということがわかった。更に副産物として、季節調整に余り精密な操作をほどこさないEPA法の方が、センサス局法にくらべて、概してよい結果をもたらすようだということも認められた。

しかし、四半期データにしても、ＴＣ系列とＴＣＩ系列が完全に一致したわけではないし、また月次データの分析は四半期データの分析とは別のこととして、やはり将来に残された課題である。その上、ここで展開した議論は、ひなえ付羽数の供給関数計測という特定のケース・スタディであるから、ここの結論が直ちに一般化されうるかどうかは、今後の研究にまたねばならないというべきである。

（研究員）

注(1) J. Durbin, "Estimation of Parameters in Time-series Regression Models", *J. Royal Statist. Soc.*, Ser. B, Vol. 22, 1960.

(2) L. D. Taylor and T. A. Wilson, "Three-Pass Least Squares: A Method for Estimating Models with a Lagged Dependent Variable," *Rev. of Econ. and statist.*, 1964.